Exercice n°1 :

Simplifier l'écriture de chacun des nombres suivants :

$A=\dfrac{10^{-2}+3\cdot10^{-1}-25\cdot10^{-2}}{4\cdot10^{-1}-50\cdot10^{-2}}$; $B=\dfrac{(-5)^3\times(5.4)^4\times(1.8)^7}{(25)^6\times(27)^2\times(-9)^3}$; $C=\dfrac{(a^2\times b^3)^{-2}\times a}{a^2\times b^{-5}}$ (a et b deux réels non nuls).

Exercice n°2 :

Soient a,b et c trois réels. On pose $m=\dfrac{a+b+c}{2}$.

Montrer que $(m-a)^2+(m-b)^2+(m-c)^2=a^2+b^2+c^2-m^2$.

Exercice n°3 :

Soit a un réel positif.

1. a) Développer $\left(1+\sqrt{a}\right)^2$ et $\left(1-\sqrt{a}\right)^2$.

b) Simplifier alors $\sqrt{1+a+2\sqrt{a}}$ et $\sqrt{1+a-2\sqrt{a}}$.

2. Ecrire plus simplement les nombres suivants : $\sqrt{3+2\sqrt{2}}$ et $\sqrt{21-4\sqrt{5}}$.

Exercice n°4 : ©

Soient a et b deux réels strictement positifs et distincts .

1. Montrer que $\sqrt{a}+\sqrt{b}>\sqrt{a+b}$.

2. Montrer que $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}>\dfrac{1}{a+b}$.

3. a- Montrer que $\dfrac{a}{b}+\dfrac{b}{a}>2$.

b- En déduire que pour a distinct de 1, on a : $a+\dfrac{1}{a}>2$.

Exercice n°5 :

Soient x et y deux réels tels que $|x|<1$ et $|y|<1$. Montrer que $\left|\dfrac{x+y}{xy+1}\right|<1$.

Exercice n°6 : ©

1. Ecrire sans le symbole de la valeur absolue chacun des réels suivants :

$\left|1-\sqrt{2}\right|$; $\left|\pi-\sqrt{3}\right|$; $\left|2\sqrt{2}-1-\sqrt{3}\right|$; $\left|3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right|$; $\left|-3+\dfrac{1}{3}+\sqrt{2}\right|$

2. Soit x un réel appartenant à l'intervalle [-1, 1].

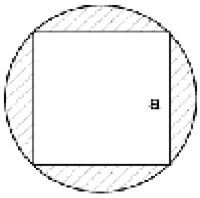
a) Simplifier l'écriture de l'expression A (x) = $2|1-x|+|2x-2|$.

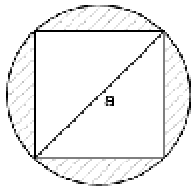
b) En déduire A (0,33) et A (-0,001) .

c) Donner un encadrement de l'expression B (x) = $x+2|1-x|+|2x-2|$.

Exercice n°7 : ©

1. On considère une couronne limitée par deux cercles concentriques de rayons respectifs r et R tels que $1,1 < r < 1,2$ et $2,2 < R < 2,3$.
On désigne par S l'aire de cette couronne. Déterminer un encadrement de S.
2. On donne : $3,14 \leq \pi \leq 3,15$ et $0,98 \leq a \leq 1,02$ (en m) . Dans chacune des deux figures suivantes, déterminer un encadrement de l'aire hachurée :





Exercice n°8 :

Lors d'une élection, il y avait 41 751 inscrits, 22 159 votants et M^{r}. X a obtenu 12 826 voix.

1. Donner le résultat de M^{r}. X en pourcentage des votants, puis en pourcentage des inscrits.

2. Donner le pourcentage d'abstention.

Exercice n°9 :

Un constructeur automobile décide d'augmenter, le 1er juillet 2007, le prix de tous ses modèles de 2% .

1. Le prix d'un modèle le 30 juin 2007 était de 10 300 D.
Quel est son nouveau prix le 1er juillet 2007 ?

2. Le prix d'un modèle le 30 juin 2007 était de 17 150 D.
Quel est son nouveau prix le 1er juillet 2007 ?

Exercice n°10 :

Un magasin décide de faire une réduction à la caisse de 30% sur tous ses articles restants en stock.

Le prix d'un article est de 90 D.

Quel est le prix payé à la caisse par le client ?

Exercice n°4 :

$a > 0$; $b > 0$ et $a \neq b$.

1) On a : $a + b + 2\sqrt{ab} > a + b$ c'est-à-dire $(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 > (\sqrt{a+b})^2$

et par suite $\sqrt{a} + \sqrt{b} > \sqrt{a+b}$.

2) On a : $\dfrac{a+b}{a} + \dfrac{a+b}{b} = 2 + (\dfrac{b}{a} + \dfrac{a}{b}) > 1$ donc $(a+b)(\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b}) > 1$

et par conséquent $\dfrac{1}{a} + \dfrac{1}{b} > \dfrac{1}{a+b}$.

3) a) On a : $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} = \dfrac{a^2+b^2}{ab}$ et comme $a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 > 0$ on obtient $\dfrac{a^2+b^2}{ab} - 2 > 0$ et par conséquent $\dfrac{a}{b} + \dfrac{b}{a} > 2$.

b) En appliquant le résultat précédent pour b = 1 ($a \neq b$ c'est-à-dire $a \neq 1$), $a + \dfrac{1}{a} > 2$.

Exercice n°6 :

1. $\left|1-\sqrt{2}\right| = \sqrt{2}-1$; $\left|\pi-\sqrt{3}\right| = \pi-\sqrt{3}$; $\left|2\sqrt{2}-1-\sqrt{3}\right| = 2\sqrt{2}-1-\sqrt{3}$;

$\left|3\sqrt{2}-2\sqrt{3}\right| = 3\sqrt{2}-2\sqrt{3}$ $\left(\left(3\sqrt{2}\right)^2 = 18 > \left(2\sqrt{3}\right)^2 = 12\right)$; $\left|-3+\dfrac{1}{3}+\sqrt{2}\right| = 3-\dfrac{1}{3}-\sqrt{2}$.

2. $x \in [-1,1]$.

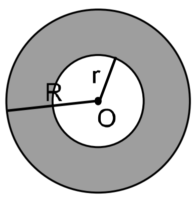
a) $A(x) = 2|1-x| + |2x-2| = 2|1-x| + 2|x-1| = 4|1-x| = 4(1-x)$.

b) $A(0.33) = 4(1-0.33) = 2.68$; $A(-0.001) = 4(1+0.001) = 4.004$.

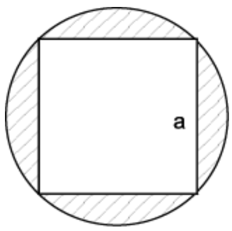
c) $B(x) = x + 4(1-x) = 4-3x$.

$-1 \leq x \leq 1 \Leftrightarrow -3 \leq -3x \leq 3 \Leftrightarrow 1 \leq 4-3x \leq 4 \Leftrightarrow 1 \leq B(x) \leq 4$.

Exercice n°7 :



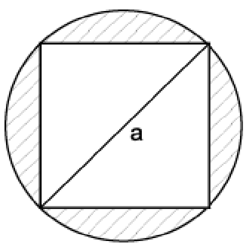
1). Soit S l'aire de la couronne limitée par les deux cercles concentriques (de même centre O) de rayons r et R. On a $S = \pi R^2 - \pi r^2 = \pi (R^2 - r^2)$.
(Encadrer à ton tour S)



2) Dans la $1^{ère}$ figure, le rayon du cercle est la moitié de la diagonale du carré donc l'aire de la partie hachurée est

$\pi (a\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2 - a^2 = a^2 (\dfrac{\pi}{2} - 1)$.

Dans la $2^{ère}$ figure, le rayon du cercle est la moitié de la diagonale du carré donc l'aire de la partie hachurée est



$\pi (\dfrac{a}{2})^2 - (a\dfrac{\sqrt{2}}{2})^2 = a^2 (\dfrac{\pi}{4} - 0{,}5)$.

(Encadrer à ton tour les deux parties hachurées).