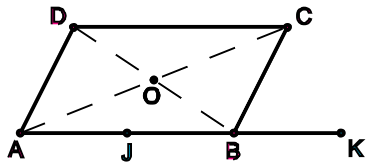
Exercice n°1 :

Dans la figure ci-contre :
ABCD est un parallélogramme de centre O.
Soit J le milieu du segment [AB], I le milieu de [BC] et K le symétrique de J par rapport à B.



1° Soit le vecteur $\vec{u} = \vec{OI}$.
Déterminer les images des points O, A, J et B par la translation $t_{\vec{u}}$.

2° Soit le vecteur $\vec{v} = \vec{OB}$. Construire les images des points A, J, B et K par la translation $t_{\vec{v}}$.

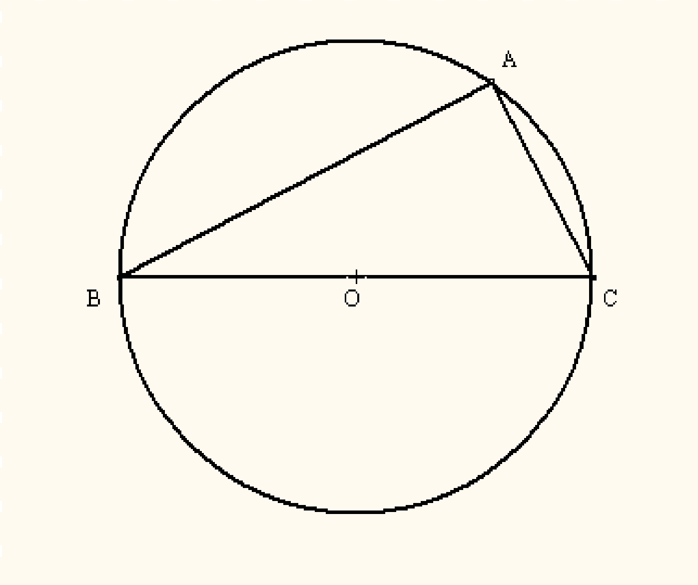
Exercice n°2 : ©

Soit ABCD un carré.

1). Construire le point I barycentre des points pondérés (A,1) et (B,2).
2). Soit Δ_1 la parallèle à (DI) passant par A et Δ_2 la parallèle à (CI) passant par B, Δ_1 et Δ_2 se coupent en un point J.
a-. Vérifier que $t_{\overrightarrow{AD}}(\Delta_1)=(DI)$ et $t_{\overrightarrow{AD}}(\Delta_2)=(CI)$.
b-. En déduire que $\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{AD}$
3). a- Construire l'image de la hauteur du triangle ABJ issue de A par $t_{\overrightarrow{AD}}$.
b- Vérifier que (IJ) est une hauteur du triangle ABJ.
c- Déterminer $t_{\overrightarrow{AD}}$(IJ).
d- Montrer que la droite (IJ) et les perpendiculaires menées du point D sur (JB) et du point C sur (AJ) sont concourantes.

Exercice n°3 : ©

On considère un cercle ζ de centre O et de rayon R.
ABC est un triangle rectangle en A inscrit dans le cercle ζ . (Voir figure).



1. a) Construire le point $D = t_{\overrightarrow{BA}}(C)$.
   b) Quelle est la nature du quadrilatère ABCD ?

2. a) Construire le cercle $\zeta' = t_{\overrightarrow{BC}}(\zeta)$.
   On pose O' le centre du cercle ζ'.
   b) Quelle est la position relative de ζ et ζ' ?
   Justifier la réponse.

3. Soit M le point du plan défini par : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}=\vec{0}$.

a) Montrer que $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{CB}$.

b) On suppose que les points B et C sont fixes et que le point A est variable.

Déterminer et construire l'ensemble des points M lorsque le point A pivote sur le cercle ζ privé des points B et C.

Exercice n°4 :

Soit ABC un triangle et I,J et K les milieux respectifs des segments $[AC]$, $[AB]$ et $[BC]$. D le point défini par $2\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{O}$

1) Montrer que le point D est le barycentre des points I et B affectés des coefficients α et β qu'on déterminera.

2) Construire le point D.

3) Soit G le barycentre des points pondérés (A, 2) et (B,-1)

a- Construire le point G.

b- Montrer que A est le milieu du segment $[BG]$.

c- En déduire que G est le barycentre des points D et C affectés des coefficients α' et β' qu'on déterminera.

4) Soit Δ la droite parallèle à (BC) menée du point A qui coupe (CG) en E.

a- Montrer que les points E,I et K sont les images respectives des points A,J et B par la translation t de vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$.

b- En déduire que les points E,I et K sont alignés.

c- Déterminer l'ensemble des points M du plan tels que $2\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|$.

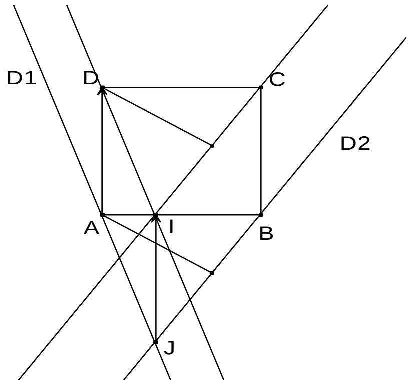
Exercice n°2 :

1- $\overrightarrow{AI} = \frac{2}{3}\ \overrightarrow{AB}$.

2- a- On a $t_{\overrightarrow{AD}}(A) = D$ d'où $t_{\overrightarrow{AD}}(\Delta_1)$ est la parallèle à Δ_1 passant par D, c'est donc (DI).

De même $t_{\overrightarrow{AD}}(\Delta_1) = (CI)$.

b- On a Δ_1 et Δ_2 se coupent en J, leurs images respectives (DI) et (CI) se coupent en I, ainsi $t_{\overrightarrow{AD}}(J) = I$, c'est-à-dire $\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{AD}$.



3- a- Voir figure ci-contre.

b- On a $\overrightarrow{JI} = \overrightarrow{AD}$ donc (JI) // (AD) et puisque (AD) $\perp$ (AB), il suit que (JI) $\perp$ (AB). Ainsi [JI] est une hauteur du triangle ABJ.

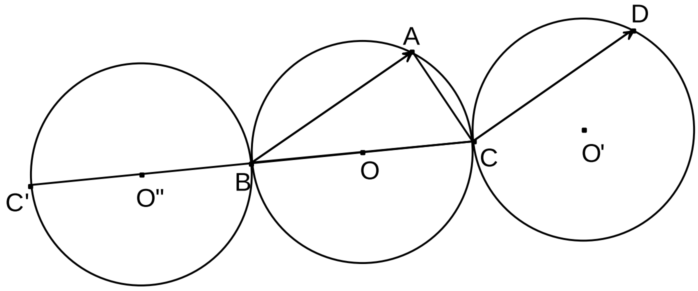
c- $t_{\overrightarrow{AD}}((IJ)) = (AD)$

d- On a $t_{\overrightarrow{AD}}(IJ) = (IJ)$; $t_{\overrightarrow{AD}}(\Delta_1) = (CI)$ et $t_{\overrightarrow{AD}}(\Delta_2) = (CI)$,

Comme (IJ), Δ_1 et Δ_2 sont concourantes, alors (IJ) et les perpendiculaires menées de D sur (JB) et de C sur (AJ) le sont.

Exercice n°3 :

1. a- Voir figure.



b- $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD}$ donc ABCD est un parallélogramme.

2. a- $t_{\overrightarrow{BC}}(O) = O'$ ainsi $t_{\overrightarrow{BC}}(\zeta) = \zeta'$ le cercle de centre O' et de rayon R.

b- ζ et ζ' sont tangents extérieurement. (Justification simple)

3. a- $2\ \overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MD} = \vec{O}$ donne $2\ \overrightarrow{MA} - (\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AD}) = \vec{O}$, c'est-à-dire $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CB}$.

b- $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{CB}$ donne pourvu que les points B et C sont fixes $M = t_{\overrightarrow{CB}}(A)$

Si le point A pivote sur ζ privé des points B et C, alors M pivote sur $t_{\overrightarrow{CB}}(\zeta) = \zeta''$ le cercle de rayon R et tangent extérieurement à ζ en C privé des points B et $S_B(C)$.