Série d'exercices fonctions N 3

2° année sciences

Exercice 1 :

On considère la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{2}{x+2}$$

1/ a) Etudier les variations de la fonction f.

b) Tracer sa courbe représentative $\mathscr{C}_f$ dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

2/ Soit la droite $\mathscr{D} : y = -\frac{1}{2}x + 1$

a) Montrer que la droite $\mathscr{D}$ coupe $\mathscr{C}_f$ en un seul point A.

b) Tracer la droite $\mathscr{D}$.

3/ Soit la droite $\Delta_m : y = mx + 1$ où $m \in \mathbb{R}$.

a)Déterminer m pour que $\mathscr{D} \perp \Delta_m$.

b) Pour la valeur de m, trouver en (3,1) ; montrer que Δ_m coupe $\mathscr{C}_f$ en deux points distincts.

4/ Soit la fonction $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto -x^2 + 1$$

a) Tracer sa courbe représentative P dans le même repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

b) Montrer que $\mathscr{C}_f$ et p ont trois points d'intersections.

c) Résoudre graphiquement : $\frac{2}{x+2} + x^2 < 1$.

5/ Soit la fonction : $h : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$.

$$x \mapsto \frac{2}{|x|+2}$$

a) Quel est l'ensemble de définition de la fonction h.

b) Etudier la parité de la fonction h.

c) Tracer la courbe $\mathscr{C}_h$ à partir de la courbe $\mathscr{C}_f$ dans le même repère, (expliquer)

d) En déduire le tableau de variation de h.

Exercice 2 :

Soit la fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto -\frac{3}{x+1}$$; $\mathscr{C}_f$ est sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

1/ Etudier le sens de variation de f sur son ensemble de définition et tracer sa courbe C_f.

2/ On considère la fonction $g : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{ax+b}{x-1}$$

Déterminer a et b pour que la courbe représentative $\mathscr{C}_g$ de g passe par $A(2\ ;\ -1)$ et $B(3, \frac{1}{2})$

3/ On prend $a = 2$ et $b = -5$

a) Montrer que $g(x) = 2 - \frac{3}{x-1}$ puis en déduire le traçage de $\mathscr{C}_g$ à partir de $\mathscr{C}_f$.

b) Donner graphiquement le sens de variation de g.

4/ a) Tracer dans le même repère la courbe $\mathscr{C}_h$ de la fonction :

$$h : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}\ ;\ x \mapsto -\frac{1}{2}x^2 + 5$$

b) Calculer les coordonnées des points d'intersections de $\mathscr{C}_g$ et $\mathscr{C}_h$.

c) Résoudre graphiquement l'inéquation $x^2 \geqslant \frac{6x}{x-1}$

5/ Soit $k(x) = \frac{2x-5}{|x-1|}$

a) Exprimer $k(x)$ sans le symbole valeur absolue.

b) Déduire le traçage de $\mathscr{C}_K$ la courbe de k.

c) Discuter suivant le réel m le nombre de solution de l'équation : $m\,|x-1| - 2x + 5 = 0$.