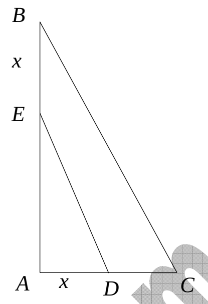
PROBLEMES 2nd DEGRE



Exercice 1

Dans un triangle ABC rectangle en A, on place les points D et E respectivement sur $[AC]$ et $[AB]$ tels que $AD = BE = x$.

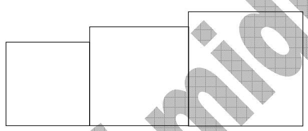
(Voir figure ci-contre) .

Déterminer x pour que l'aire du triangle ADE soit égale à la moitié de celle du triangle ABC.

Données : $AB = 18\text{m}$; $AC = 8\text{m}$.

Exercice 2

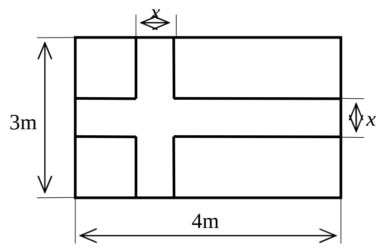
Peut-on trouver trois carrés ayant pour côtés des entiers consécutifs et dont la somme des aires est 15125 ? Si oui, préciser quelles sont les valeurs que doivent avoir les côtés. Même question avec 15127.



Exercice 3

Résoudre, dans $\mathbb{R}$, les équations suivantes : $x^2 = 9$ $\quad x^2 = -3$ $\quad (x-5)^2 = 3$

$(2x-1)^2 + x(1-2x) = 4x^2 - 1$ $\quad (3x+5)^2 = (x+1)^2$ $\quad (5x-4)^2 - (3x+7)^2 = 0$



Exercice 4

Quelle largeur doit-on donner à la croix pour que son aire soit égale à l'aire restante du drapeau ?

Exercice 5

1. Résoudre les équations suivantes : $x^2 = \frac{1}{2}$ et $x^2 = \frac{1}{3}$.
2. Résoudre l'équation $6x^4 - 5x^2 + 1 = 0$. [On pourra poser $X = x^2$]

Exercice 6

Résoudre au choix **deux** des trois inéquations suivantes :

$-2x^2 + 7x - 5 < 0$ $\quad (x^2 + 2x + 1)^2 < 16$ $\quad \dfrac{3x^2 + x + 1}{x^2 - 3x - 10} > 0$

Exercice 7

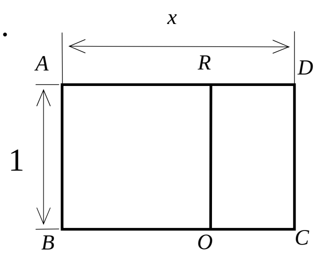
1. On dispose d'une baguette de bois de 10 cm de long. Où briser la baguette pour que les morceaux obtenus soient deux côtés consécutifs d'un rectangle de surface 20 cm^2 ?

2. Même question ; où briser la baguette pour avoir un rectangle de 40 cm^2 ?

Exercice 8

On appelle *format f d'un rectangle* le quotient de la longueur L par la largeur ℓ. ($f = L / \ell$)

1. Quel est le format d'un rectangle de longueur $L = 5$ cm et de largeur $\ell = 2$ cm ?
2. On considère un rectangle $ABCD$ de largeur $\ell = 1$ cm et de longueur $L = x$ cm. ($1 < x < 2$)
   a) Exprimer (en fonction de x) le format f du rectangle $ABCD$.
   b) On découpe dans le rectangle $ABCD$ un carré $ABOR$.
   Exprimer (en fonction de x) le format f' du rectangle $ORDC$.
   c) Quelle valeur donner à x pour que les rectangles $ABCD$ et $ORDC$ aient le même format ?
   [On se ramènera à une équation du second degré]
   d) On note ϕ cette valeur. Déterminer $\phi - 1$; $\phi(\phi - 1)$ et $\frac{1}{\phi}$.



Exercice 9

Pour se rendre d'une ville A à une ville B distantes de 195 km, deux cyclistes partent en même temps. L'un d'eux, dont la vitesse moyenne sur ce parcours est supérieure de 4 km/h à celle de l'autre, arrive 1 heure plus tôt. Quelles sont les vitesses des deux cyclistes ?

Exercice 10

L'aire d'un triangle rectangle est 429 m^2, et l'hypoténuse a pour longueur $h = 72{,}5$ m. Trouver le périmètre.

Exercice 11

Résoudre les équations suivantes :

- $4x^2 - x - 3 = 0$
- $(t+1)^2 + 3 = 0$
- $2(2x+1)^2 - (2x+1) - 6 = 0$
- $x^2 + 10^{50}x + 25 \times 10^{98} = 0$

Exercice 12

Résoudre l'inéquation suivante :

$$-x^2 + 9x + 22 > 0$$

Exercice 13

Trouver deux nombres dont la somme est égale à 57 et le produit égal à 540.

Exercice 14

On achète pour 40 € d'essence à une station service. On s'aperçoit qu'à une autre station le prix du litre d'essence est inférieur de 0,10 €. On aurait pu ainsi obtenir 5 litres de plus pour le même prix.

Quel était le prix de l'essence à le première station et combien de litres en avait-on pris ?

Exercice 15

Résoudre les équations : $\dfrac{2x-5}{x-1} = \dfrac{x-1}{x+1}$ et $\dfrac{x^2-x+1}{x+2} = 2x+3$

Exercice 16

1. Résoudre l'équation : $-2x^2 + 7x - 5 = 0$.
2. Factoriser l'expression : $-2x^2 + 7x - 5$.
3. Résoudre l'inéquation : $-2x^2 + 7x - 5 < 0$.

Exercice 17

Soit f la fonction définie par $f(x) = -3x^2 + 2x + 1$ pour tout x réel.

On note C la courbe représentative de f dans un repère $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Préciser la nature de la courbe C et les coordonnées de son sommet S.
2. Montrer que la courbe C coupe l'axe des abscisses en deux points A et B dont on précisera les coordonnées.
3. Pour quelles valeurs de x la courbe C est-elle située au dessus de l'axe des abscisses ?

Exercice 18

$ABCD$ est un rectangle de largeur x et de longueur $1 - x$ (avec $0 < x < \frac{1}{2}$)

1. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire du rectangle est-elle égale à $\frac{2}{9}$?
2. Pour quelle(s) valeur(s) de x l'aire du rectangle est-elle maximale ?

Exercice 19

Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'inéquation suivante :

$$(2x+1)(5-x) < (5-x)(x+4)$$

Exercice 20

1. Étudier le signe de $x^2 + 10x + 25$ et celui de $-2x^2 - 7x - 3$.
2. En déduire le signe de $\dfrac{x^2+10x+25}{-2x^2-7x-3}$, puis les solutions de l'inéquation $\dfrac{x^2+10x+25}{-2x^2-7x-3} < 0$.

Exercice 21

On donne le trinôme du second degré P défini par :

$$P(x) = 4x^2 - (\sqrt{6} + 4\sqrt{3})x + \sqrt{18}$$

1. Montrer que P admet $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$ pour racine.
2. Trouver l'autre racine (en valeur exacte).

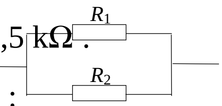
Exercice 22

Résoudre l'équation $2006x^2 + x - 2007 = 0$.

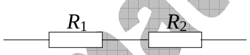
[A-t-on vraiment envie de calculer le discriminant Δ ?]

Exercice 23

Le montage en dérivation ci-contre a une résistance de 1,5 kΩ.



Le montage en série ci-dessous a une résistance de 8 kΩ :



Calculer les valeurs des résistances R_1 et R_2 .

Exercice 25

Les longueurs des trois côtés d'un triangle rectangle sont trois entiers consécutifs. Trouver ces trois longueurs.

Exercice 26

Soient $a \in \mathbb{R}^*$ et $b \in \mathbb{R}$.

On considère l'équation (E) : $\quad ax^2 + bx - a = 0$

1. Démontrer que (E) admet deux racines distinctes.
2. Démontrer que les deux racines de (E) sont de signes contraires.

Exercice 27

1. Résoudre l'équation $x^2 = 1 + x$. On notera ϕ sa racine positive. (ϕ s'appelle le "nombre d'or")
2. Que vaut $\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+\sqrt{1+...}}}}}$? (Il y a une infinité de racines imbriquées)

Exercice 28

Dans cet exercice, on admettra que le nombre de façons de choisir 2 objets parmi n est : $\frac{n(n-1)}{2}$

Une compagnie aérienne assure toutes les liaisons possibles entre un certain nombre de villes. On sait qu'il y a 45 liaisons en service. Quel est le nombre de villes desservies par cette compagnie aérienne ?

Exercice 29

Résoudre l'équation : $\sqrt{x+1} = 2x - 3$

Exercice 30

Une parabole P admet, dans un repère $(O\,;\vec{i}, \vec{j})$, une équation du type :

$$y = a\,x^2 + bx + c \quad (a \neq 0)$$

Déterminer les coefficients a, b et c sachant que P coupe l'axe des abscisses (Ox) au point A d'abscisse 3, l'axe des ordonnées (Oy) au point B d'ordonnée 2 et qu'elle admet en ce point la droite d'équation $y = 2x + 2$ pour tangente.

Indiquer l'abscisse du second point d'intersection de P avec (Ox).