# LE BARYCENTRE

***EXERCICE N°1*** **:**

Soit $ABC$ un triangle et $O$ le milieu de $[AB]$

1) Construire le point $E$ barycentre de $(B, 3)$ et $(C, 2)$
2) Soit le point I tel que $3\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}+2\overrightarrow{IC}=\vec{0}$
   Montrer que les points $A$, $I$ et $E$ sont alignés puis construire $I$
3) Montrer que la droite $(OC)$ passe par $I$

***EXERCICE N°2*** **:**

Soit ABC un triangle, on désigne par I et J les milieux respectives de [AB] et [AC]

1) Construire G le barycentre de (A, 3) et (B, 2)
2) Soit H le point défini par : $3\overrightarrow{HA}+2\overrightarrow{HB}+\overrightarrow{HC}=\vec{0}$
   a) Montrer que les points H, C et G sont alignés
   b) Montrer que H, I et J sont alignés
   c) En déduire une construction de H
3) La droite (AH) coupe la droite (BC) en K. Montrer que K est le barycentre des points (A,1) et (H,-2)
4) Déterminer et construire les ensembles suivants :
   a) $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=6\left\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MH}\right\|$
   b) $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=\left\|\overrightarrow{MI}-\overrightarrow{MJ}\right\|$
   c) $\left\|3\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|=10$

***EXERCICE N°3*** **:**

Soit ABCD un carré

1) a) Construire le barycentre I des points pondérés $(A,2)$ et $(B,-1)$
   b) Construire le barycentre J des points pondérés $(C,-1)$ et $(D,-2)$
2) Soit $H$ le barycentre des points pondérés $(I,1)$ et $(J,-3)$
   a) Compléter : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}=$............. ; $-\overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MD}=-3$........; $\overrightarrow{MI}-3\overrightarrow{MJ}=$......$\overrightarrow{MH}$
   b) En déduire que pour tout point M du plan on a : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MD}=-2\overrightarrow{MH}$
   c) Montrer que pour tout point M du plan on a : $2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC}=\overrightarrow{CI}$
   d) En déduire que $\overrightarrow{CI}=2\overrightarrow{HD}$ .Construire alors le point $H$.
3) Déterminer les ensembles des points M du plan suivants :
   a) $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}\right\|=\dfrac{1}{2}\left\|\overrightarrow{MI}-3\overrightarrow{MJ}\right\|$
   b) $\left\|-\overrightarrow{MC}-2\overrightarrow{MD}\right\|=9$

4) Soit $\begin{array}{l} f : P \to P \\ \mathrm{M} \mapsto \mathrm{M'} \end{array}$ tel que $\overrightarrow{MM'} = 2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}$

Montrer que *f* est une translation de vecteur $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{CA}$

***<u>EXERCICE N°4</u>* :**

Soit ABCD un rectangle

1) Construire G[ (A,2) ; (B,3)] et J[ (C,4) ;(D,1)]
2) Soit H le point tel que $2\overrightarrow{HA} + 3\overrightarrow{HB} + 4\overrightarrow{HC} + \overrightarrow{HD} = \vec{0}$
   a) Montrer que pour tout point M on a $2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD} = 10\overrightarrow{MH}$
   b) Montrer que les points H, G et J sont alignés
3) Déterminer l'ensemble des points M tel que :
   a) $\left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\right\| = \left\|4\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right\|$
   b) $\left\|2\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + 4\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right\| = 20$

***<u>EXERCICE N°5</u>* :**

Soit $ABC$ un triangle et I le milieu de $[\mathrm{AB}]$ ; J le milieu de $[AC]$ et H le barycentre des points pondérés (A, 3) et (B, 2)

1) Construire $I$, $J$ et $H$
2) Soit K$\lfloor (A,3);(B,2);(C,1) \rfloor$
   Montrer que les droites $(IJ)$et $(\mathrm{CH})$ se coupent en $K$ puis construire $K$
3) la droite $(AK)$coupe $(BC)$en M. Montrer que M est le barycentre des points B et C affectés de coefficients que l'on précisera
4) Déterminer les ensembles des points M suivants :
   a) $\left\|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB}\right\| = \frac{5}{2}\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\|$
   b) $\left\|3\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 3\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\|$