Exercice N°1 :

I/ Résoudre dans IR les inéquations suivantes :

- $-2x^2+7x+5<0$
- $3x^2+2x+1<0$
- $4x^2-4x+1\geq 0$
- $4x^2-4x+1\leq 0$
- $x^4-3x^2+2>0$
- $x^4+8x^2-9\leq 0$
- $(2x^2+x-3)(-x^2+2x-4)>0$
- $(2x+5)(3x-1)+4x^2\geq 25$
- $\dfrac{3x+2}{-x+2}<4$
- $\dfrac{-x^2-x-2}{x^2+3x-10}\geq 0$
- $\dfrac{2x^2+3x-9}{x+3}>x-2$

II/ On donne $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 7x + 6$.

1/ Vérifier que 3 est une racine de f.

2/ Résoudre dans IR l'équation $f(x) = 0$.

3/ Résoudre dans IR, l'inéquation $f(x) > 6$

Exercice N°2 :

On considère $P(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$, avec $x \in$ IR.

1/ a- Vérifier que 3 est une racine de P.

b- Résoudre dans IR l'équation $P(x) = 0$.

c- Résoudre dans IR les inéquations : $P(x) \leq 0$ et $P(x) > 24 - 2x$.

2/ Soit $Q(x) = \dfrac{P(x)}{3x^2-7x+2}$

a- Déterminer les réels x pour les quels Q(x) existe.

b- Vérifier que $Q(x) = \dfrac{(x-3)(x+4)}{3x-1}$

c- Résoudre dans IR, l'inéquation : $Q(x) \geq 0$.

Exercice N°3 :

Soit $A(x) = x^4 - 3x^2 + 2$

1/ a- Résoudre Dans IR, l'équation $A(x) = 0$

b- Vérifier que : $A(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 2)$.

c- Résoudre dans IR, l'inéquation : $A(x) < 0$.

2/ Soit $B(x) = \dfrac{A(x)}{2x^2+5x+3}$

a- Déterminer le domaine de définition D de B(x).

b- Simplifier B(x) puis résoudre dans IR, l'inéquation $B(x) \geq 0$.

Exercice N°4 :

On donne $f(x) = x^3 - 7x^2 + 14x - 8$, avec $x \in IR$.

1/ a- Vérifier que 2 est un zéro de f(x).

b- Factoriser f(x) puis résoudre dans IR l'inéquation : $f(x) \leq -8$.

2/ Soit $g(x) = x^4 - 17x^2 + 16$. Résoudre dans IR, l'équation : $g(x) = 0$.

3/ On donner $h(x) = \dfrac{f(x)}{x^4 - 17x^2 + 16}$.

a- Déterminer le domaine de définition D de h(x).

b- Pour tout $x \in D$, simplifier h(x).

c- Résoudre dans IR, l'inéquation : $h(x) \leq 0$.

Exercice N°5 :

Soient les polynômes : $f(x) = -2x^2 - 3x + 5$ et $g(x) = x^4 + 6x^3 + 9x^2 - 4x - 12$, avec $x \in IR$.

1/ a- Résoudre $f(x) = 0$ puis factoriser f(x).

b- Résoudre dans IR, l'inéquation : $\sqrt{f(x)} = x - 1$.

2/ a- Vérifier que 1 et –2 sont des racines de g.

b- Factoriser g(x) puis résoudre, l'équation : $g(x) \leq 0$

3/ Soit la fonction rationnelle $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$.

a- Déterminer le domaine D de définition de h.

b- Montrer que pour tout réels x de D, on a : $h(x) = \dfrac{-2x-5}{(x+2)^2(x+3)}$

c- Résoudre dans IR, l'inéquation : $h(x) > \dfrac{-1}{x^2+4x+4}$

Exercice N°6 :

Soit $Q(x) = x^4 + 2x^3 - 4x^2 - 5x - 6$, avec $x \in IR$.

1/ a- Vérifier que 2 et –3 sont des racines de Q.

b- Factoriser Q(x) puis résoudre dans IR : $Q(x) = 0$ et $Q(x) \leq 0$.

2/ Soit $P(x) = x^5 - 3x^4 - 2x^3 - x^2 - x + 6$, avec $x \in IR$.

Calculer P(1), en déduire les autres solutions.

3/ Soit la fonction rationnelle $T(x) = \dfrac{Q(x)}{P(x)}$

a- Déterminer le domaine D de définition de T.

b- Simplifier T(x) puis résoudre, l'inéquation $T(x) < 0$