Lycée Aloui Tunis 3ème Sc	✧ Série N°2 ✧ ✧Angle orienté ✧	Prof :Gharbi Taieb 2019-2020

Exercice 1

Dans le plan orienté dans le sens direct. On désigne par ABC un triangle isocèle en C avec $AC = 4$ et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \frac{49\pi}{6}[2\pi]$, et C le cercle de centre C et de rayon 4.

1) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$
2) Placer les points A, B et C
3) Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$
4) Placer D le point du plan tel que $AD = AB$ et $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}) = \frac{\pi}{2}[2\pi]$
5) La droite (AD) recoupe C en F
   a) Vérifier que $(\overrightarrow{FA},\overrightarrow{FB}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$
   b) Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que $(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}) = \frac{\pi}{3}[2\pi]$

Exercice 2

Soient ABC un triangle isocèle en A tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) = \frac{2\pi}{3}[2\pi]$ et E un point de la bissectrice de $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$ tel que $AE = AC$

1) a) Donner les mesures principales de $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CB})$ et $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AC})$
   b) Soit $\alpha = -\frac{121}{6}\pi$, α est-elle une mesure de $(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CA})$
2) Soit F le symétrique de E par rapport à C
   a) Montrer que le triangle ACF est isocèle
   b) Donner la mesure principale de $(\overrightarrow{CA},\overrightarrow{CF})$
   c) Calculer $(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{AF})$ et déduire que $(BC) // (AF)$

Exercice 3

Dans le plan orienté dans le sens direct on considère un triangle équilatéral direct AED. On suppose de plus que $(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EB}) = -\frac{\pi}{3}[2\pi]$ et $EA = EB$

1) Construire le point C tel que $EB = EC$ et $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EC}) = -\frac{2\pi}{3}[2\pi]$
2) Donner les mesures principales de chacun des angles orientés $(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EC})$, $(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EB})$ et $(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EC})$
3) $\frac{34\pi}{3}$ est-elle une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EC})$
4) a) Construire le point F tel que le triangle EBF soit équilatéral directe
   b) Montrer que les points C, E et F sont alignés.

Exercice 4

Dans le plans P muni d'un repère orthonormé direct $(O,\vec{i},\vec{j})$ on considère le cercle trigonométrique C de centre O et de rayon 1, soient A et B les points tels que $\overrightarrow{OA} = \vec{i}$ et $\overrightarrow{OB} = \vec{j}$

1) a) Construire le point C de C tel que $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}) = \frac{50\pi}{3}[2\pi]$
   b) Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AO})$ et $(\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC})$
2) Soit D le point tel que $D = S_{(OA)}(C)$
   a) Vérifier que $D \in C$
   b) Déterminer les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{OD},\overrightarrow{OA})$ et $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD})$
   c) En déduire que ACD est un triangle équilatéral

Exercice 5

Dans le plan orienté dans le sens direct soit A, B et D trois points tel que $AD = 5$ et $AB = 6$.
On suppose que $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB}) \equiv \frac{13\pi}{3}[2\pi]$

❶- a- Déterminer la mesure principale de $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB})$.
b- Calculer dét$(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AB})$.

❷- Construire l'ensemble des points M du plan vérifiant $(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}) \equiv \frac{13\pi}{3}[2\pi]$

Exercice 6

Soit C un cercle de centre O et de diamètre [AA'] orienté dans le sens direct

❶ Placer sur C les points E et F tel que $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AA'}) = \frac{\pi}{3}+2k\pi$; $(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AA'}) = -\frac{\pi}{3}+2k\pi$

❷Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AF})$ puis monter que le triangle AEF est isocèle

❸Donner les mesures principales de $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OF})$,$(\overrightarrow{OF},\overrightarrow{OA'})$

Exercice 7

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle en A de sens direct et Γ son cercle circonscrit.

Soit M un point de l'arc BC distinct de A, B et C
On note H et K les projetés orthogonaux de M respectivement sur (BC) et (AC)
❶ Justifier que H et K appartiennent au cercle ζ de diamètre [CM]

❷ Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{KH},\overrightarrow{KM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{CB},\overrightarrow{CM}})\,[2\pi]$

❸ En déduire que $(\widehat{\overrightarrow{KH},\overrightarrow{KM}}) \equiv (\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AM}})\,[2\pi]$

Exercice 8

Soit ζ un cercle de centre o et de diamètre [AB] et soit $C \in \zeta$ tel que $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}) \equiv -\frac{179\pi}{6}[2\pi]$

❶Trouver les mesures principales des angles orientés $(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$,$(\overrightarrow{OC};\overrightarrow{OA})$

❷Vérifier que $2\left(\widehat{\overrightarrow{AO};\overrightarrow{AC}}\right) \equiv \left(\widehat{\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}}\right)[2\pi]$

❸Montrer que les droites (AC) et (BC) sont perpendiculaires.
❹Soit Δ la droite passante par O et perpendiculaire à (AC) et soit le point $D \in \zeta \cap \Delta$ tel que D n'appartient pas au demi-plan [(AB),C)

a) Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{OD};\overrightarrow{OB}}\right) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$

b) En déduire que $\left(\widehat{\overrightarrow{DO};\overrightarrow{DA}}\right) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$

Lycée Aloui Tunis	֍ Série N°2 ֍	*Prof* :Gharbi Taieb
3ème Sc	✧Angle orienté ✧	2019-2020

Exercice 4

Dans le plans P muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{i},\vec{j})$ on considère le cercle trigonométrique ζ de centre o et de rayon 1, soient A et B les points tels que $\overrightarrow{OA}=\vec{i}$ et $\overrightarrow{OB}=\vec{j}$

❶ a. Construire le point C de ζ tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OC}}\right)\equiv\frac{50\pi}{3}[2\pi]$

b. Déterminer les mesures principales des angles orientés $\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AO}\right);\left(\overrightarrow{OB};\overrightarrow{OC}\right)$

❷ Soit D le point tel que D = $S_{(OA)}$ (C).

a. Vérifier que D ∈ ζ.

b. Déterminer les mesures principales des angles orientés $\left(\overrightarrow{OD};\overrightarrow{OA}\right);\left(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AD}\right)$.

c. En déduire que ACD est un triangle équilatéral.

❸ Déterminer et construire les demi droites [Ot) telle que $3\left(\widehat{\overrightarrow{OB};\overrightarrow{Ot}}\right)=\frac{\pi}{2}+2k\pi, k\in Z.$

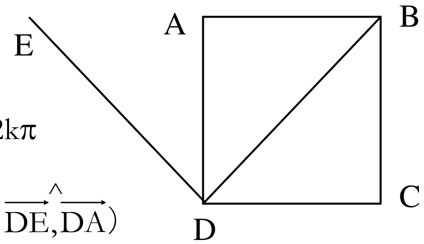
❹Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MC}}\right)\equiv\frac{2\pi}{3}[2\pi]$

Exercice 5

Le plan est orienté dans le sens direct

Soit ABCD un carré de coté 4 cm

et E le point tel que DE=4 cm et $(\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DE}})=\frac{\pi}{2}+2k\pi$



❶ Donner une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DA}})$;$(\widehat{\overrightarrow{BC},\overrightarrow{CD}})$ et $(\widehat{\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DA}})$

❷ Construire le point F tel que DF =4 cm et $(\widehat{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DF}})=\frac{3\pi}{4}+2k\pi$

❸ Montrer que B , D et F sont alignés

❹ Soit x = $-\frac{61\pi}{4}$; x est-elle une mesure de $(\widehat{\overrightarrow{DE},\overrightarrow{DA}})$

❺ Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan

vérifiant : $(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{BD}})=\frac{\pi}{2}+2k\pi$; k ∈ ℤ

6/ Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan

vérifiant : $(\widehat{\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MD}})\equiv-\frac{\pi}{4}[2\pi]$

7/ Calculer dét$(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{DE})$;dé$(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{DC})$ et dét$(\overrightarrow{CB},\overrightarrow{DE})$

Exercice 1

Soit C un cercle de centre O et de diamètre [AA'] orienté dans le sens direct

❶ Placer sur C les points E et F tel que $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AA'})=\frac{\pi}{3}+2k\pi$; $(\overrightarrow{AF},\overrightarrow{AA'})=-\frac{\pi}{3}+2k\pi$

❷Donner une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AF})$ puis monter que le triangle AEF est isocèle

❸Donner les mesures principales de $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OF})$,$(\overrightarrow{OF},\overrightarrow{OA'})$

Exercice 2

Le plan est orienté dans le sens direct. Soit ABC un triangle et ζ son cercle circonscrit.

❶Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que

$(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{AB})\equiv(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})[2\pi]$

❷Déterminer et construire l'ensemble des points M du plan tels que

$(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB})\equiv(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AB})[2\pi]$

Exercice 3

Le plan orienté dans le sens direct

On considère un triangle équilatérale ADE.

On suppose de plus que (EA) et perpendiculaire à (EB) et EA=EB

❶Construire le point C tel que EB = EC et $(\widehat{\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EC}})\equiv-\frac{2\pi}{3}[2\pi]$

❷ Donner les mesures principales de chacun des angles orientés

$(\overrightarrow{EA},\overrightarrow{EC})$;$(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EB})$ et $(\overrightarrow{ED},\overrightarrow{EC})$

❸ $\frac{34\pi}{3}$ est-elle une mesure de l'angle orienté $(\overrightarrow{EB},\overrightarrow{EC})$.

❹ a) Construire le point F tel que le triangle EBF soit équilatéral directe.

b) Montrer que les points C, E et F sont alignés.