LE SECOND DEGRE

Y.BOULILA

Exercice 1

1) Dans le cadre d'un remembrement, un cultivateur propriétaire d'un champ rectangulaire de 6432 m², voit le tracé de son champ modifié : la longueur est diminué de 38 m et la largeur augmentée de 19 m. Sachant que la superficie reste la même, quelles sont les anciennes et les nouvelles dimensions du champ ?

2) ABCD est un trapèze rectangle en A et B tel que : AB = 6 , AD = 4 , AM = x et BC = 2x

M est un point variable du segment [AB]

a) Déterminer en fonction de x l'aire du triangle DMC.

b) Pour quelle valeur de x cette aire est-elle minimale ?

3. J'ai effectué un trajet de 300 kilomètres. Si j'étais allé 10 km/h plus vite, j'aurais mis une heure de moins.

a. Montrer, en appelant x la vitesse et y le temps de trajet, que ce problème peut s'écrire $\begin{cases} xy = 300 \\ x = 10y - 10 \end{cases}$

b. Déterminer la vitesse et le temps du trajet.

Exercice 2 :

On lance verticalement une balle de tennis, à la vitesse de $20\ m.s^{-1}$. La hauteur h (en mètres) atteinte par la balle en fonction du temps t (en secondes) est donnée par $h(t) = -5t^2 + 20t + 1,6$.

1. Quelle est la hauteur de la balle au départ ? au bout de 1 seconde ? de 3 secondes ?

2. En utilisant le discriminant que lorsque c'est nécessaire, déterminer à quel(s) instant(s) la balle atteindra une hauteur de

(a) 1,6 mètre

(b) 21,6 mètres

3. Déterminer au bout de combien de temps la balle retombera au sol (on donnera une valeur approchée).

4**a.** Déterminer l'instant où la hauteur de la balle est maximale.

5**a.** Vérifier que $h(t) - 16,6 = -5(t-1)(t-3)$.

b. En déduire l'intervalle de temps au cours duquel la balle dépasse les 16,6 mètres.

6. A l'aide d'un tableau de valeurs de votre calculatrice, représenter la fonction h sur l'intervalle [0 ; 4].

Exercice 3

1. Un bateau descend une rivière longue de 120 km. Il la remonte ensuite et met un jour de plus qu'à l'aller car, chaque jour, il parcourt 6 km de moins qu'en descendant.

Combien de jours a-t-il mis lors de la descente ?. Appeler x le nombre de jours mis à descendre la rivière.

- Exprimer en fonction de x le nombre de km parcourus chaque jour lors de la descente.

Exprimer en fonction de x le nombre de km parcourus chaque jour lors de la remontée.

En déduire une équation d'inconnue x, puis la résoudre.

2. Un automobiliste effectue un parcours de 400 km . Un second automobiliste roule à 20 km /h de plus que le précédent et accomplit le même trajet en une heure de moins .

Donner la vitesse et le temps de parcours de chacun d'eux .

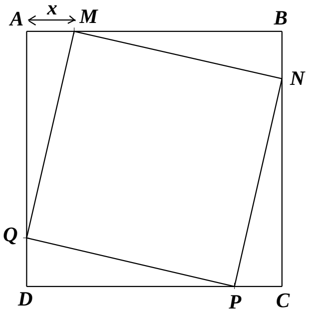
distance parcourue = vitesse × temps de parcours (d = v × t ou encore $t = \frac{d}{v}$) .

3. J'ai effectué un trajet de 300 kilomètres. Si j'étais allé 10 km/h plus vite, j'aurais mis une heure de moins.

a) Montrer, en appelant x la vitesse et y le temps de trajet, que ce problème peut s'écrire $\begin{cases} xy = 300 \\ x = 10y - 10 \end{cases}$

b) Déterminer la vitesse et le temps du trajet

Exercice 4



Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un carré de côté 8 cm tel que $AM = BN = CP = DQ = x(cm)$. On admet que $MNPQ$ est un carré.

1) A quel intervalle doit appartenir x ?

2) Exprimer l'aire du triangle BNM en fonction de x.

En déduire que l'aire du carré $MNPQ$ est : $f(x) = 2x^2 + 16x + 64$.

Vérifier que $f(x) = 2(x-4)^2 + 32$.

3) Développer les expressions suivantes $A(x) = (x-4)^2 - 4$;

$B(x) = (x-4)^2 - 9$; $C(x) = (x-4)^2 - 1$

4) Pour quelles valeurs de x l'aire de $MNPQ$ est-elle

a) égale à 40 cm^2 ?

b) supérieure ou égale à 50 cm^2 ?

c) inférieure ou égale à 34 cm^2 ?

5) Déterminer les variations de f

6) Représenter graphiquement la fonction f dans un repère orthogonal d'unité graphique 1 cm sur l'axe des abscisses et 1cm représente 4 unités sur l'axe des ordonnées et l'origine du repère.est O(0; 30)

7) Déterminer la valeur de l'aire minimale du carré $MNPQ$ et la valeur de x correspondant .

8. $ABCD$ est un carré de côté a. On place un point M sur le côté $[AB]$, la parallèle à (AC) passant par M coupe $[BC]$ en N et la parallèle à (BD) passant par M coupe $[AD]$ en Q .

On complète le rectangle $MNPQ$.

a. Faire une figure.

b. On pose $AM = x$. Exprimer à l'aide de x les longueurs MN et MQ (on pourra remarquer que les triangles BMN et AMQ sont rectangles isocèles).

c . Justifier que l'aire du rectangle $MNPQ$ vaut $2x(a-x)$.

d . Est-il possible que l'aire de $MNPQ$ soit la moitié de celle de $ABCD$? Pour quelle position de M .

e . On prend $a = 8$. Où faut-il placer M pour que l'aire de $MNPQ$ soit un tiers de celle de $ABCD$?

Exercice 5

1. Deux résistances R_1 et R_2 sont associées dans un circuit électrique .

a. Si elles sont placées en séries , on obtient une résistance équivalente $R_e = R_1 + R_2$

b. Si elles sont placées en parallèle, on obtient une résistance équivalente $\frac{1}{r_e} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$

Existe-t-il des résistances R_1 et R_2 pour lesquelles $R_e = 20\Omega$ et $r_e = 4,2\Omega$.

On considère deux résistances R_1 et R_2 (la valeur est en ohms).

2. Si ces deux résistances sont montées en série, la résistance équivalente est de 6 Ω et si ces deux résistances sont montées en parallèle, la résistance équivalente est de $\frac{6}{5}$ Ω.

Les lois de l'électricité permettent d'écrire les relations suivantes: $R_1 + R_2 = 6$ (1) et $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{6}{5}$ (2)

1) a) Montrer que $R_1 R_2 = 5$.

2)Montrer que R_1 vérifie la relation : $R_1^2 - 6R_1 + 5 = 0$ .En déduire les valeurs de R_1 et de R_2 .

EXERCICE 6

ABCD est un rectangle tel que AB = 3 cm et BC = 5 cm.. On place les points M, N, P et Q respectivement sur les côtés [AB], [BC], [CD] et [DA] tels que AM = BN = CP = DQ.

On note x la distance AM et $S(x)$ l'aire de MNPQ en cm².

1. Quel est l'ensemble de définition de la fonction S ?

2. Exprimer $S(x)$ en fonction de x. Montrer que l'on a : $S(x) = 2(x-2)^2 + 7$.

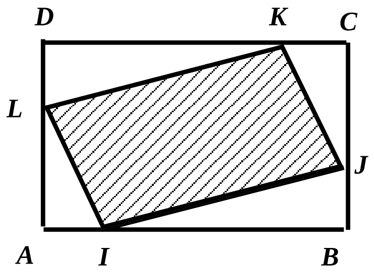
3. Peut-on placer M de telle sorte que MNPQ ait pour aire 9 cm² ? Justifier.
4. Dresser le tableau de variation de S. Pour quelle valeur de x l'aire $S(x)$ est-elle minimale ?
5. Déterminer pour quelles valeurs de x l'aire de MNPQ est supérieure à la moitié de l'aire du rectangle ABCD.

EXERCICE 7

Une entreprise produit des appareils électroménagers. Le coût de production de x appareils est donné en euros par $C(x)=x^2+50x+100$ pour $5\le x\le 40$.

1. L'entreprise vend chaque appareil 100 euros. On suppose que l'entreprise vend tous les appareils produits.
2. Montrer que le bénéfice réalisé pour x appareils vendus est $B(x)=-x^2+50x-100$.
3. Quel est le nombre d'appareils à produire pour que l'entreprise réalise un bénéfice maximal ? Justifier.

Exercice 8. Aires



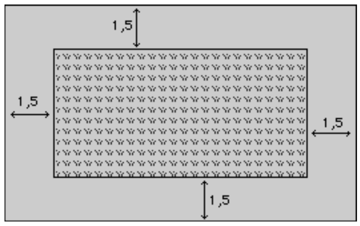
$ABCD$ est un rectangle tel que $AB=5\,cm$ et $BC=3\,cm$.

I, J, K et L sont quatre points respectivement sur les segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ tels que $AI=BJ=CK=DL=x$.

On appelle $f(x)$ l'aire du quadrilatère $IJKL$.

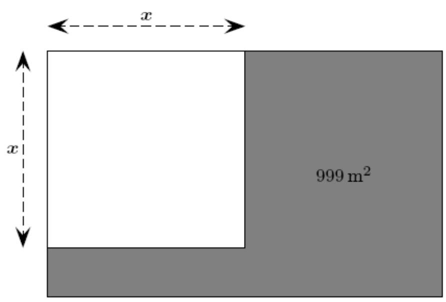
1. Justifier que x appartient à l'intervalle $[0\,;3]$
2. Démontrer que pour tout x de $[0\,;3]$, on a $f(x)=2x^2-8x+15$.
3. En déduire l'aire minimale et la valeur en laquelle elle est atteinte.

Exercice 9



Un massif fleuri, rectangulaire, a une superficie de 612 m^2. On trace tout autour (à l'extérieur) une allée de 1,50 m de large L'aire de cette allée est de 165 m^2. Quelles sont les dimensions du massif ?

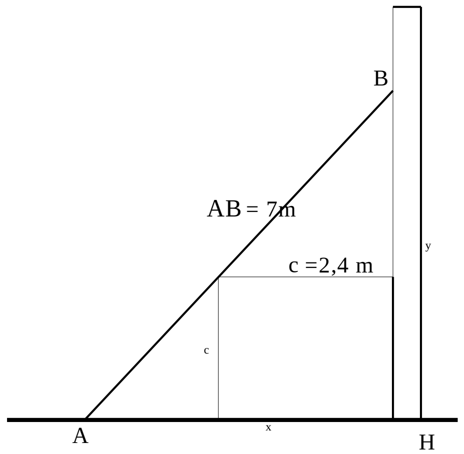
Exercice 10



Un propriétaire possède un terrain carré de côté x. Il achète une parcelle voisine de $999\,m^2$. Il dispose alors d'un terrain rectangulaire dont la longueur est le double du côté du carré et la largeur a $5\,m$ de plus que le côté du carré.

1. Expliquer pourquoi on obtient : $2x(x+5)=x^2+999$
2. Résoudre cette équation et donner la valeur de x correspondant au problème.
3. Ce propriétaire ne peut construire que sur une parcelle de1500 m^2 ou plus.
   (a) Pouvait-il construire sur son terrain carré ?
   (b) Le peut-il sur son nouveau terrain ?

Exercice 12



Une échelle de longueur 7 m s'appuie contre un mur et sur l'arête d'un bloc cubique de côté 2,4 m. On cherche la distance du pied du mur au pied de l'échelle. On désigne par x cette distance et par y celle du pied du mur au haut de l'échelle.

a. Montrer qu'il faut résoudre le système (1) : $\begin{cases} x^2+y^2=49 \\ \dfrac{y-2,4}{y}=\dfrac{2,4}{x} \end{cases}$.

b. Montrer que ce système (1) est équivalent au système (2) : $\begin{cases} S^2-2P=49 \\ P-2,4S=0 \end{cases}$ où $S=x+y$ et $P=xy$.

c. Résoudre (2) puis résoudre (1).

Exercice n°13

On considère le polynôme f défini par : $f(x) = 2x^2 + 2ax + 4 - a$ où a est un réel donné.

1. Déterminer le nombre de racines de f en fonction des valeurs de a.

   N.B. Une détermination explicite des racines de f ***n'est pas*** *demandée.*

2. Déterminer les racines de f dans les cas où f admet une racine double.

Exercice

1) a) Résoudre successivement chacune des équations :

$(E_1) : x^2 - 6x = 0$; $(E_2) : x^2 - 6x + 9 = 0$; $(E_2) : x^2 - 6x + 15 = 0$

b) *m* étant un nombre réel fixé, on considère l'équation générale : $(E) : x^2 - 6x + m = 0$.

Pour quelle(s) valeur(s) de *m* l'équation (E) a-t-elle :

deux solutions ?

une seule solution ?

aucune solution ?

2) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = x^2 - 6x$.

a) Préciser le tableau de variations de f.

b) Tracer la parabole (P) représentant f dans un repère orthogonal ;

on adoptera les unités suivantes : 1 cm en abscisse et 0,5 cm en ordonnées

c) Retrouver graphiquement (en expliquant) tous les résultats de la question 1)

Exercice 5 –

Sur la figure ci-contre, ABCD et CEFG sont deux carrés et $AF = 1$.

On pose $x = AC$.

Dans quel intervalle varie x ?

Exprimer AB^2, CF puis CE^2 en fonction de x.

On note $A(x)$ l'aire de la partie hachurée.

Déterminer les valeurs de x pour lesquelles :

i) l'aire $A(x)$ est minimale ;

ii) l'aire $A(x)$ est maximale.