

DEVOIR DE CONTRÔLE N°2

MATHÉMATIQUES

Exercice 1 (5 points)

Pour chacune des questions suivantes une seule réponse est exacte, cocher la bonne case.

Questions	Réponses
1. Pour tout réel x , $\sin^2(2x) + \cos^2(2x)$ est égal à	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 0
2. On se place dans le cercle trigonométrique muni du repère (O, \vec{u}, \vec{v}) , soit M un point de ce cercle tel que, pour tout $k \in \mathbb{Z}$, on a : $(\vec{u}, \widehat{OM}) = -\frac{50\pi}{6} + 2k\pi$ alors les coordonnées de M sont	<input type="checkbox"/> $\left(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ <input type="checkbox"/> $\left(\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ <input type="checkbox"/> $\left(-\frac{1}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
3. Le domaine de continuité de la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + 5x - 6}{3x^2 - 6x}$ est égal à	<input type="checkbox"/> $\mathbb{R}^* \setminus \{2\}$ <input type="checkbox"/> \mathbb{R} <input type="checkbox"/> $\mathbb{R} \setminus \{2\}$
4. La fonction g définie sur \mathbb{R} par : $g(x) = \begin{cases} \frac{1 - \cos(x)}{3x} & \text{si } x \neq 0 \\ 3 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ est	<input type="checkbox"/> continue en 0 <input type="checkbox"/> discontinue en 0 <input type="checkbox"/> continue sur \mathbb{R}
5. La limite, en 0, de la fonction h définie par : $h(x) = \frac{\sin(8x)}{4x}$ est égale à	<input type="checkbox"/> 1 <input type="checkbox"/> 2 <input type="checkbox"/> 4

Exercice 2 (5 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{x - 1} & \text{si } x \geq 2 \\ \frac{x^2 - x - 2}{x - 2} & \text{si } x < 2 \end{cases}$

1. Déterminer D_f l'ensemble de définition de f .

2. a/ Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.

b/ Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{f(x) - f(3)}{x - 3}$

3. a/ Etudier la continuité de f en 2.

b/ Déterminer le domaine de continuité de f .

Exercice 3 (3 points)

1. Donner la définition d'une fonction f continue sur l'intervalle $] - \infty, a]$, où a est un réel donné.

2. En déduire que la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{6 - 3x} + x^2 - 2$ est continue sur $] - \infty, 2]$.

Exercice 4 (7 points)

I/ Calculer $\cos\left(\frac{100\pi}{3}\right)$, $\cos\left(\frac{35\pi}{3} + 25\pi\right)$, $\sin\left(\frac{99\pi}{6} - 15\pi\right)$, $\sin\left(-\frac{55\pi}{3} + 9\pi\right)$.

II/ Montrer les égalités suivantes :

1. $[\sin(2x) + \cos(2x)]^2 - 1 = \sin(4x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$

2. $\tan^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \tan^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) = 14$

3. $\sin^3(x) = \frac{3}{4}\sin(x) - \frac{1}{4}\sin(3x)$, pour tout $x \in \mathbb{R}$

III/ Soit x un nombre réel

1. Montrer que l'on a : $\cos^4(x) = \frac{3}{8} + \frac{1}{2}\cos(2x) + \frac{1}{8}\cos(4x)$

2. En déduire que : $\cos^4\left(\frac{\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{3\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{5\pi}{8}\right) + \cos^4\left(\frac{7\pi}{8}\right) = \frac{3}{2}$