

**Exercice n°1(6.5pts)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x)=\frac{x^2-1}{x^2+1}$ . Soit  $(C_f)$  sa représentation graphique dans un repère orthonormé du plan.

1)Vérifier que  $f(x)=1-\frac{2}{x^2+1} \forall x \in \mathbb{R}$ .

2)Déterminer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ . Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

3)Justifier que  $f$  est continu sur  $\mathbb{R}$ .

4)Montrer que l'équation  $f(x)=\frac{1}{2}$  admet au moins une solution  $\alpha \in \left[\frac{3}{2}, 2\right]$ .

**Exercice n°2(6.5pts)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \{1\}$  par :

$$f(x)=\begin{cases} \frac{\sqrt{x+3}-2}{x-1} & \text{si } x > 1 \\ \frac{x^2-1}{2x^2+4x-6} & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ \frac{x^2+2x}{\sqrt{2-x}-2} + a & \text{si } x < -2 \end{cases}$$

1)Calculer  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ .  $f$  admet-elle une limite en 1.

2)Déterminer le réel  $a$  pour que  $f$  soit continue en  $(-2)$ .

3)Justifier que  $f$  est continue sur chacun des intervalles  $]1, +\infty[$  et  $]-2, 1[$ .

### **Exercice n°3(7pts)**

Soit ABCD un carré de centre O et de coté 4. I et J sont les points tel que :  $\vec{AI} = \frac{1}{4} \vec{AB}$  et  $\vec{DJ} = \frac{1}{4} \vec{DA}$ . H le point tel que AIHJ est un rectangle et le point E tel que symétrique de C par rapport à D.

1)a) Calculer  $\vec{AI} \cdot \vec{AB}$  ;  $\vec{IJ} \cdot \vec{AD}$  et  $\vec{OA} \cdot \vec{CD}$  .

b) Calculer  $\vec{JC} \cdot \vec{JE}$ . En déduire  $\cos(\widehat{EJC})$

2)a) Calculer  $\vec{HC} \cdot \vec{IA}$  et  $\vec{HC} \cdot \vec{AJ}$ .

b) En déduire  $(HC) \perp (IJ)$

3)a) Montrer que  $\vec{MA} \cdot \vec{MC} = MO^2 - 8$

b) Déduire l'ensemble  $F = \{M \in P \text{ tel que } \vec{MA} \cdot \vec{MC} = -4\}$

**Bon travail**