

Devoir de contrôle n°3

Classe : 3^{ème} math

Durée : 2 heures

Préparé par : Mme Mestoura Anissa

Exercice n°1 : (4 pts)

La courbe suivante est celle d'une fonction f définie sur \mathbb{R} , répondre aux questions suivantes en utilisant le graphique :

1) Déterminer :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$$

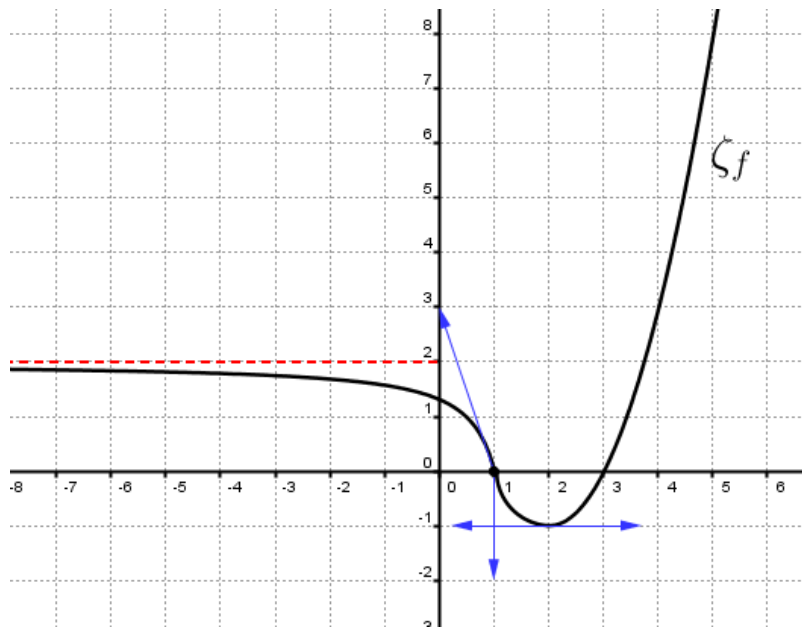
2) $f'(2)$; $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x)}{x-1}$; $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x)}{x-1}$

3) a) Dresser le tableau des variations de f

b) Dresser le tableau de signe de $f'(x)$

et celui de $f(x)$

4) Soit g la fonction définie par : $g(x) = (f(x))^2$
Dresser le tableau des variations de g



Exercice n°2 : (6 pts)

Soit g la fonction définie par $g(x) = \frac{x^2-4x+7}{x-1}$ et ζ_g sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1) déterminer l'ensemble de définition de g , et montrer que la droite d'équation $x = 1$ est une asymptote à ζ_g

2) a) calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

b) montrer que pour tout $x \neq 1$: $g(x) = x - 3 + \frac{4}{x-1}$

c) en déduire que la droite $\Delta : y = x - 3$ est une asymptote à ζ_g au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$

3) a) montrer que g est dérivable sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ et que $g'(x) = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$

b) dresser le tableau de variations de g

c) y a-t-il un point de ζ_g où la tangente passe par le point de coordonnées $(3, 0)$? justifier

4) a) montrer que le point $I(1, -2)$ est centre de symétrie pour ζ_g

b) tracer Δ et ζ_g .

T.S.V.P ☞

Exercice n°3 : (5 pts)

Dans le plan orienté on considère un triangle équilatéral ABC tel que $(\widehat{AB, AC}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi]$, et H le point symétrique de B par rapport à (AC) .

1) Soit R la rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ et telle que $R(A) = C$

a) Montrer que H est le centre de cette rotation.

b) Construire $I = R(B)$

c) Montrer que $(\widehat{CA, CI}) \equiv \pi[2\pi]$, puis en déduire que C est le milieu du segment $[AI]$

2) Soit M un point du segment $[AB]$ et M' un point du segment $[IC]$ tel que $AM = CM'$; montrer que HMM' est un triangle équilatéral.

3) Soit E le centre de la rotation R' d'angle $\frac{\pi}{2}$ et telle que $R'(I) = B$; montrer que C, H et E sont alignés.

Déduire une construction de E (expliquer).

Exercice n°4 : (5 pts)

le plan complexe étant rapporté à un repère orthonormé direct (o, \vec{u}, \vec{v}) , on désigne par A, B et C les points d'affixes respectifs Z_A, Z_B et Z_C tels que $Z_A = 3+2i$, $Z_B = -i$ et $Z_C = iZ_A + 2Z_B$

1) montrer que $Z_C = -2+i$

2) calculer les distances AB , AC et BC et déduire que le triangle ABC est rectangle.

3) déterminer l'affixe du point I milieu du segment $[AC]$.

4) soit D le point symétrique de B par rapport à I et Z_D son affixe, déterminer Z_D

5) montrer que $ABCD$ est un rectangle.

6) déterminer l'ensemble des points M d'affixe Z tels que $|\bar{Z} + 2 + i| = |Z + i|$.

Bon Travail