Lycée Tahar Sfar Mahdia	**Devoir de contrôle n° 2** *Mathématiques*	Niveau : 3 ème Math
Date : 25 / 01 / 2014	Prof : MEDDEB Tarek	Durée : 2 heures

NB : il sera tenu compte du soin apporté à la rédaction et à la présentation.

Exercice n°1 : (6 pts)

A- Soit g la fonction définie sur IR par : $g(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x+1$.

1) Etudier les variations de g.
2) Calculer $g(-2)$, puis déterminer le signe $g(x)$ de suivant les valeurs de x.

B- Soit f la fonction définie sur IR^* par : $f(x)=\frac{1}{2}x+1+\frac{3x-1}{2x^2}$.

On désigne par $\mathscr{C}_f$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) $a/$ Montrer que, pour tout $x\in IR^*$, $f'(x)=\frac{g(x)}{x^3}$.

   $b/$ Etablir le tableau de variations de f.

2) $a/$ Montrer que $\mathscr{C}_f$ admet une asymptote oblique Δ dont on donnera une équation.

   $b/$ Etudier la position de $\mathscr{C}_f$ par rapport à Δ.

3) Tracer Δ et $\mathscr{C}_f$.

Exercice n°2 : (7 pts)

1) Soit f la fonction définie sur $[0\,;+\infty[$ par : $f(x)=2(3-x)\sqrt{x}$.

   $a/$ Etudier la dérivabilité de f à droite en 0.

   $b/$ Montrer que f est dérivable sur $]0\,;+\infty[$ et que $f'(x)=\frac{3(1-x)}{\sqrt{x}}$.

   $c/$ Etablir le tableau de variations de f.

2) Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$. On désigne par $\mathscr{P}$ la parabole d'équation : $y=x^2$ et par Δ la droite d'équation : $y=3$.

   $a/$ Une droite $\mathscr{D}$ d'équation : $y=\alpha$ où $0<\alpha<3$, coupe $\mathscr{P}$ en deux points M et N .

   (M est le point d'abscisse positive).

   Déterminer, en fonction de α , les coordonnées des points M et N.

   $b/$ on désigne par P et Q les projetés orthogonaux respectifs des points M et N sur la droite Δ.

   Déterminer, en fonction de α , l'aire du rectangle $MNQP$.

   $c/$ Déterminer α pour que l'aire du rectangle $MNQP$ soit maximale.

   $d/$ Vérifier, dans ce cas, que $MNQP$ est un carré.

3) Pour tout réel m, soit Δ_m la droite d'équation : $y = mx + 3$.

$a/$ Montrer que, pour tout réel m, Δ_m Coupe $\mathscr{P}$ en deux points M_1 et M_2.

$b/$ On désigne par I_m le milieu du segment $[M_1M_2]$.

Déterminer, en fonction de m, les coordonnées de I_m.

$c/$ Montrer que lorsque m décrit IR, le point I_m varie sur une parabole dont on donnera l' équation.

Exercice n°3 : *(7 pts)*

Dans le plan orienté dans le sens direct, on considère un triangle ABC isocèle en A tel que $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}\right) \equiv \frac{2\pi}{3} [2\pi]$.

1) Soit E un point variable sur $[AB]$ et F est le point de $[AC]$ tel que $AF = BE$.

$a/$ Montrer qu'il existe une unique rotation r qui transforme A en B et F en E.

$b/$ Montrer que r est d'angle $\frac{\pi}{3}$.

$c/$ Montrer que $r(C) = A$.

$d/$ En déduire que le centre O de r est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC.

2) On désigne par r^{-1} la rotation réciproque de r.

Soient P et Q les points définis par : $P = S_A(B)$ et $Q = r^{-1}(P)$.

$a/$ Montrer que C est le milieu de $[AQ]$.

$b/$ Montrer alors que le triangle AOQ est rectangle en O.

3) Soit $\mathscr{C}$ le cercle de diamètre $[AQ]$ et $\mathscr{C}'$ son image par r.

$a/$ Montrer que $P \in \mathscr{C}$.

$b/$ Soit M un point de $\mathscr{C}$ distinct de P, et soit N son image par r.

Montrer que M, N et P sont alignés.

Bonne chance