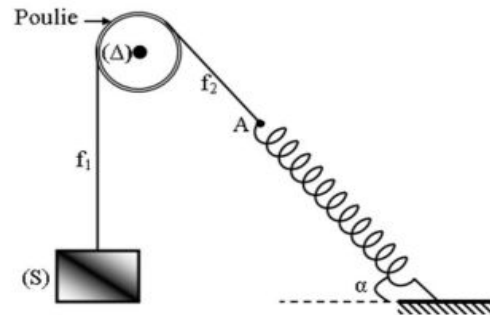


☺ EXERCICE N°1

Un solide (S) de masse  $m = 200 \text{ g}$  est relié à un fil de masse négligeable passant par la gorge d'une poulie à axe fixe ( $\Delta$ ), de masse négligeable et de rayon  $r$ .

L'autre extrémité du fil est attachée à un ressort de raideur  $k$  et de masse négligeable. A l'équilibre, l'axe du ressort fait un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale et le ressort est allongé de  $\Delta l = 4 \text{ cm}$ . On néglige tout type de frottement.

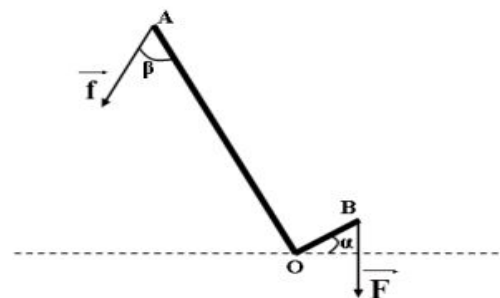


- 1) a) Représenter les forces exercées sur le solide (S).  
 b) Ecrire la condition d'équilibre de (S) et déterminer l'expression de la tension du fil  $f_1$ , puis calculer sa valeur.
- 2) a) Représenter les forces exercées sur la poulie.  
 b) En appliquant le théorème des moments, déterminer la tension du fil  $f_2$ .  
 c) Déduire la tension du fil  $f_2$  au point A.
- 3) Déterminer la valeur de la raideur du ressort  $k$ .
- 4) Par projection de la relation vectorielle, traduisant l'équilibre de la poulie, dans un repère orthonormé, montrer que la valeur de la réaction  $\vec{R}$  de l'axe ( $\Delta$ ) est  $\|\vec{R}\| = m \cdot \|\vec{g}\| \sqrt{1 + 2 \sin \alpha}$ .  
 Calculer sa valeur.

On prendra :  $\|\vec{g}\| = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ .

☺ EXERCICE N°2

Un arrache clou (S) de masse  $m = 2 \text{ kg}$  est constitué par deux tiges rigides :  $OA = L$  et  $OB = \frac{L}{5}$ , soudée au point O de façon qu'elles soient perpendiculaires. (S) est mobile autour d'un axe ( $\Delta$ ) perpendiculaire au plan de la figure et passant par le point d'appui O. Le centre de gravité G du système est situé à une distance  $OG = \frac{L}{5}$ .



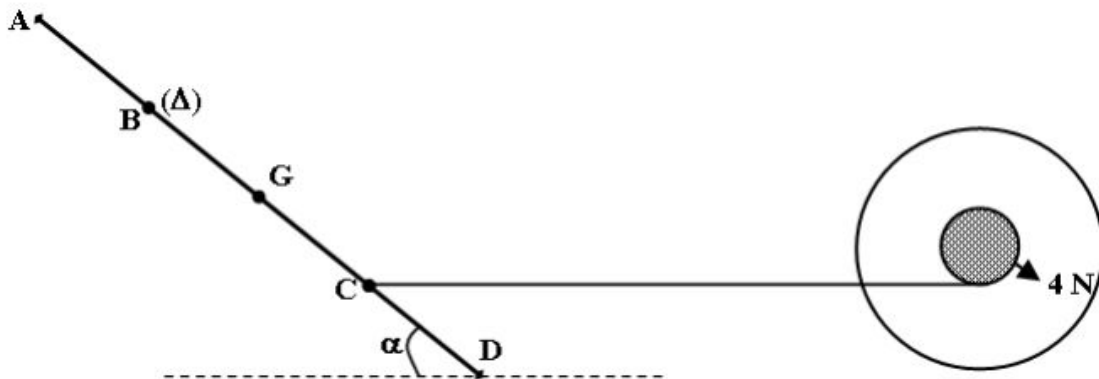
Pour arracher un clou, un opérateur exerce une force  $\vec{f}$  à l'extrémité A, inclinée d'un angle  $\beta = 45^\circ$  par rapport à OA. La tige OB est alors inclinée d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale. Le clou exerce une force  $\vec{F}$  supposée verticale et de valeur  $\|\vec{F}\| = 200 \text{ N}$ , comme l'indique la figure ci-contre.

- 1) En appliquant le théorème des moments,
  - a. Déterminer l'expression de la valeur de la force  $\vec{f}$  exercée par l'opérateur en fonction de  $m$ ,  $\|\vec{g}\|$ ,  $\|\vec{F}\|$ ,  $\alpha$  et  $\beta$ .
  - b. Calculer  $\|\vec{f}\|$ .
- 2) L'opérateur souhaite exercer le minimum d'effort pour arracher le clou. Préciser les paramètres sur lesquels il doit agir pour aboutir à ce résultat.

☺ EXERCICE N°3

On dispose d'une tige homogène de section constante, de masse  $M = 460 \text{ g}$ , de longueur  $AD = L = 80 \text{ cm}$  et pouvant tourner autour d'un axe  $(\Delta)$  passant par  $B$ . Cette tige est attachée en  $C$  à un dynamomètre qui la maintient dans une position d'équilibre faisant un angle  $\alpha = 30^\circ$  par rapport à l'horizontale, comme le montre la figure ci-dessous.

$AB = BG = GC = CD = \frac{L}{4}$ . On prendra  $\|\vec{g}\| = 10 \text{ N.kg}^{-1}$ .



- 1)
  - a. Faire le bilan de toutes les forces qui s'exercent sur la tige en équilibre.
  - b. Représenter ces forces en utilisant l'échelle suivante :  $1 \text{ N} \rightarrow 1 \text{ cm}$ .
  - c. Déduire graphiquement la valeur de la réaction  $\|\vec{R}\|$  de l'axe  $(\Delta)$ .
- 2) On se propose de déterminer les caractéristiques de la réaction  $\vec{R}$  de l'axe  $(\Delta)$ .
  - a. Ecrire la condition d'équilibre de la tige.
  - b. Choisir un système d'axes orthonormés, et écrire les composantes des forces exercées sur la tige suivant ces deux axes.
  - c. Déduire alors les caractéristiques de  $\vec{R}$ .
- 3) On se propose maintenant de vérifier l'indication du dynamomètre.
  - a. Ecrire la condition d'équilibre du solide par application du théorème des moments.
  - b. Retrouver à partir de cette condition d'équilibre la valeur indiquée par le dynamomètre.

☺ EXERCICE N°4

On donne :  $m = 0,4 \text{ kg}$  ;  $k' = 20 \text{ N.m}^{-1}$  ;  $AB = 20 \text{ cm}$  ;  $\alpha = 30^\circ$  et  $\beta = 60^\circ$ .

On considère un système constitué d'un solide  $(S)$  de masse  $m$  maintenu en équilibre sur un plan incliné par l'intermédiaire d'un ressort  $(R)$  de raideur  $k'$ , d'un fil de masse négligeable reliant l'extrémité supérieure du ressort à l'extrémité  $A$  d'une barre homogène de masse  $m'$ . Le fil passe par la gorge d'une poulie à axe fixe. La barre  $AB$  peut tourner autour de l'axe passant par  $B$  et perpendiculaire au plan de la figure (figure 2 sur la feuille annexe à compléter et à rendre avec la copie) :

**A- Etude de la condition d'équilibre du solide (S) :**

**1- Cas où le contact solide-plan est sans frottement :**

a- Représenter sur le schéma de la figure 2, sans échelle les forces appliquées à (S).

b- Par projection de la condition d'équilibre de (S) exprimer les valeurs de la tension du ressort et de la réaction du plan en fonction de  $m$ ,  $\|\vec{g}\|$ ,  $\sin\alpha$  et  $\cos\alpha$ .

c- Calculer leurs valeurs puis déduire l'allongement  $\Delta l$  du ressort.

**2- Cas où le contact solide-plan est avec frottement :**

Déterminer la valeur de la force  $f$  de frottement subie par (S) lorsque l'allongement du ressort est  $\Delta l' = 8 \text{ cm}$ .

On se placera jusqu'à la fin de l'exercice dans le cas où le contact solide-plan est sans frottement.

**B- Etude de la condition d'équilibre de la poulie :**

Déterminer la valeur de la tension  $\vec{T}'$  exercée par le fil sur la barre.

**C- Etude de la condition d'équilibre de la barre :**

1- Représenter sur le schéma de la figure 2, sans échelle les forces appliquées à la barre.

1- Appliquer le théorème des moments à la barre :

2- Déterminer la valeur de la masse  $m'$  de la barre.

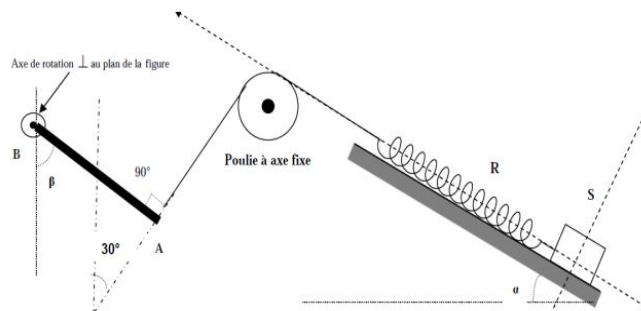


Figure 2

☺ **EXERCICE N°5**

Une tige AB rigide est homogène de masse  $M$ , de longueur  $L$  est mobile autour d'un axe  $\Delta$  horizontal passant par son extrémité A.

Pour maintenir la tige en équilibre dans une direction faisant un angle  $\alpha$  par rapport à l'horizontal on relie son extrémité B à un fil de masse négligeable faisant un angle  $\theta$  avec la direction de la tige. Ce fil passe sur la gorge d'une poulie de rayon  $r$  de masse négligeable et porte à son bout un solide de masse  $m$ .

On donne :  $\theta = 30^\circ$  ;  $\alpha = 60^\circ$  ;  $AB = L$  ;  $OA = OB = \frac{L}{2}$  ;  $M = 2 \text{ Kg}$  ;  $\|\vec{g}\| = 10 \text{ N.Kg}^{-1}$

1°) Représenter toutes les forces appliquées sur la tige AB, la poulie et le solide (S)

2°) Montrer que les deux tensions exercées sur la poulie ont la même intensité.

3°) Montrer que  $m = \frac{M \cos \alpha}{2 \sin \theta}$ , la calculer.

4°) Etablir l'expression de  $\|\vec{R}\|$  dans un repère orthonormé.

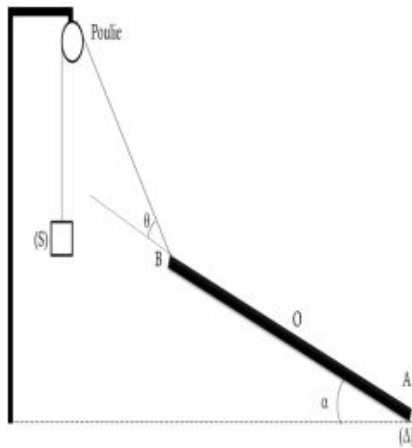


Figure 1 de l'exercice N°1

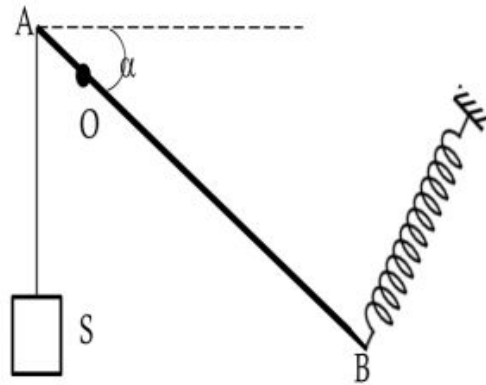
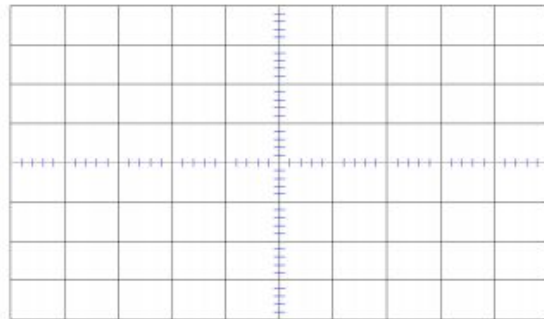
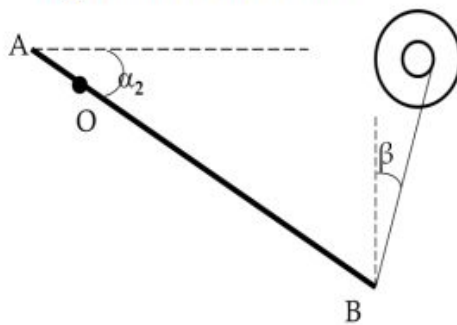


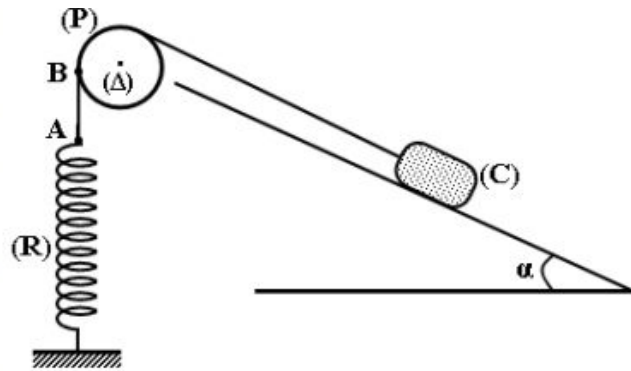
Figure 1 de l'exercice N°2 (1°)



☺ EXERCICE N°6

On considère le dispositif de la figure ci-contre.

- (P) est une poulie à axe fixe ( $\Delta$ ) de rayon  $r$  et de masse négligeable.
- (R) est un ressort de masse négligeable et de raideur  $k = 25 \text{ N.m}^{-1}$ .
- (C) est un solide, de masse  $m = 0,3 \text{ kg}$ , qui repose sans frottement sur un plan incliné d'un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontale.
- Les fils sont inextensibles et de masses négligeables.



- 1) Faire le bilan des forces qui s'exercent sur le solide (C) et les représenter.
- 2) Ecrire la condition d'équilibre de (C) et exprimer la tension  $\|\vec{T}\|$  du fil en fonction de  $m$ ,  $\|\vec{g}\|$  et  $\alpha$ . Calculer sa valeur.
- 3) Représenter les forces qui s'exercent sur la poulie (P).
- 4) En appliquant le théorème des moments à la poulie, déterminer la tension du fil en B.
- 5) Quelle est la valeur de la tension du fil au point A ? En déduire la tension du ressort.
- 6) Déterminer l'allongement du ressort.

☺ EXERCICE N°7

**On donne :** - On donne :  $\|\vec{g}\| = 10\text{N.Kg}^{-1}$ ,  $m = 0,4\text{Kg}$ ,  $K = 200\text{N.m}^{-1}$ ,  $\alpha = 30^\circ$  et  $\beta = 60^\circ$

Soit le système constitué : d'un solide  $S$ , de masse est  $m$  maintenu en équilibre sur un plan incliné par l'intermédiaire d'un ressort de raideur  $K$ , d'un fil est de masse négligeable reliant l'extrémité

supérieure du ressort à l'extrémité  $A$  d'une barre homogène de masse  $M$ . Le fil passe par la gorge d'une poulie à axe fixe. La barre  $AB$  peut tourner autour de l'axe passant par  $B$  et perpendiculaire au plan de la figure. Le système est représenté sur la figure de la page annexe à remettre avec la copie.

**A- Etude de la condition d'équilibre du solide  $S$  :**

1- Cas où le contact solide-plan est sans frottement :

- a- Représenter sur le schéma de la figure de l'annexe, sans échelle les forces appliquées à  $S$ .
- b- Par projection de la condition d'équilibre de  $S$  sur le système d'axes  $(Gx, Gy)$  montrer que : les valeurs de la tension du fil et de la réaction du plan satisfont les relations :

$$\|\vec{T}\| = m \cdot \|\vec{g}\| \cdot \sin \alpha \text{ et } \|\vec{R}\| = m \cdot \|\vec{g}\| \cdot \cos \alpha ;$$

- c- Calculer leurs valeurs puis en déduire l'allongement  $\Delta l$  du ressort.

2- Cas où le contact solide-plan est avec frottement :

- Déterminer la valeur de la force  $\vec{f}$  de frottement subie par  $S$  lorsque l'allongement du ressort n'est que  $\Delta l' = 8\text{cm}$ .

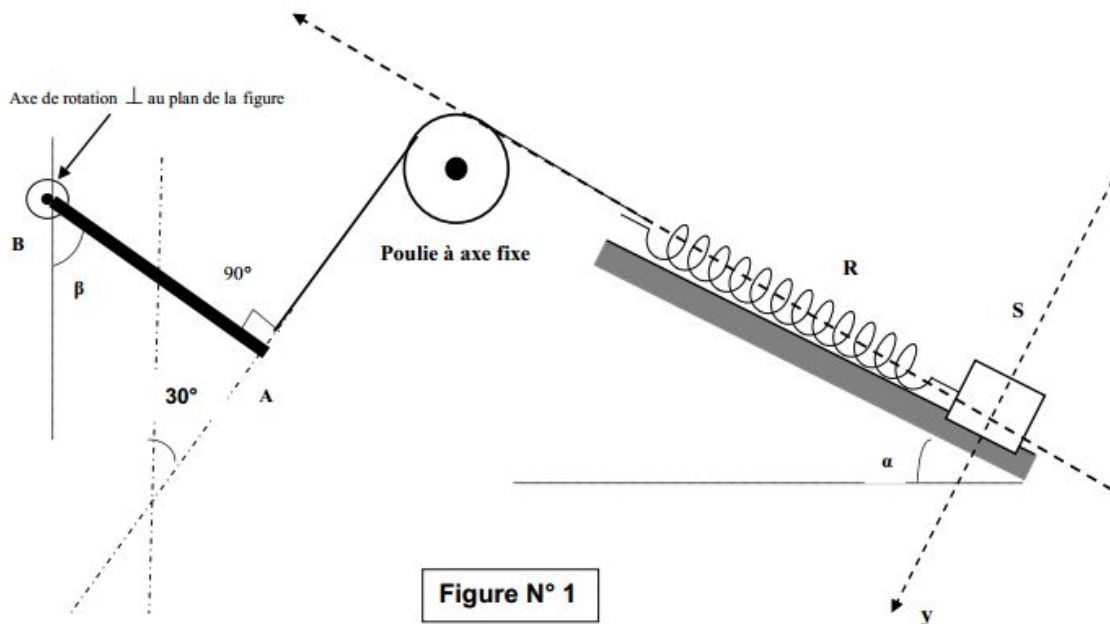
(On se placera jusqu'à la fin de l'exercice dans le cas où le contact solide-plan est sans frottement)

**B- Etude de la condition d'équilibre de la poulie :**

- 1- Rappeler le rôle d'une poulie à axe fixe.
- 2- En déduire la valeur de la tension  $\vec{T}'$  exercée par le fil sur la barre.

**C- Etude de la condition d'équilibre de la barre :**

- 1- Représenter sur le schéma de la figure (1) de l'annexe, sans échelle les forces appliquées à la barre.
- 2- Par application du théorème des moments à la barre :
  - a- Déterminer la valeur du poids  $\vec{P}'$  de la barre.
  - d- Calculer la valeur de la réaction  $\vec{R}'$  de l'axe sur la barre.
  - c- En déduire la valeur de l'angle  $\varphi$  que fait la réaction  $\vec{R}'$  avec la verticale.



☉ EXERCICE N°8

**I** - On considère le système mécanique formé d'une tige rigide homogène AB de masse  $m$ , est accroché par l'extrémité A à un crochet et par son extrémité B à un ressort à spires non jointives de raideur  $K$  et direction horizontale.

A l'équilibre statique, cette tige fait un angle  $\alpha$  avec la verticale de lieu. (voir figure)

On note par :  $\vec{T}$  : la force tension de ressort,  
 $\vec{R}$  la réaction de l'axe et  $\vec{P}$  la force poids de la tige.

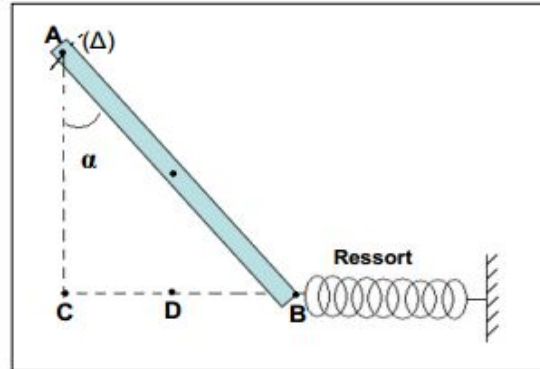
1°) Refaire le schéma et représenter soigneusement ces forces.

2°) Rappeler les conditions d'équilibre de translation d'un solide

3°) En appliquant les conditions d'équilibre de la tige, montrer que la réaction de crochet fait un angle  $\beta$  avec la verticale et que sa direction passe par le point D. Représenter  $\beta$

4°) Par une analyse géométrique, montrer que  $\text{tg } \alpha = 2 \text{ tg } \beta$ . Calculer  $\beta$ .

5°) Ecrire la relation vectorielle traduisant la condition d'équilibre de translation de la tige.



On donne :  $M = 5 \text{ kg}$  ;  $K = 100 \text{ N.m}^{-1}$   
 $\alpha = 30^\circ$  ;  $\sin 30 = 0,5$   
 $\cos 30 = 0,867$   
 $\text{tg} 30 = 0.577$   
 $\|g\| = 10 \text{ N.kg}^{-1}$

5°) choisissant un système d'axes orthogonaux (CX, CY) [(CX) est horizontal] :

- Etablir une relation entre  $\|\vec{R}\|$ ,  $\beta$  et  $\|\vec{T}\|$
- Etablir une deuxième relation entre  $\|\vec{R}\|$ ,  $\beta$  et  $\|\vec{P}\|$ .
- Déduire une relation uniquement  $\|\vec{T}\|$ ,  $\|\vec{P}\|$  et  $\beta$
- Calculer  $\|\vec{T}\|$  et déduire l'allongement  $\Delta L$  du ressort.
- Déduire  $\|\vec{R}\|$ .

**II**- 1°) Donner l'énoncée de théorème des moments

2°) Donner l'expression de moment par rapport à l'axe de rotation ( $\Delta$ ) (perpendiculaire au plan de la figure et passant par le point A) de chacune de forces agissant sur la tige en fonction de  $\alpha$ .

3°) En appliquant le théorème des moments, retrouver la relation entre  $\|\vec{T}\|$ ,  $\|\vec{P}\|$  et  $\beta$

☉ EXERCICE N°9

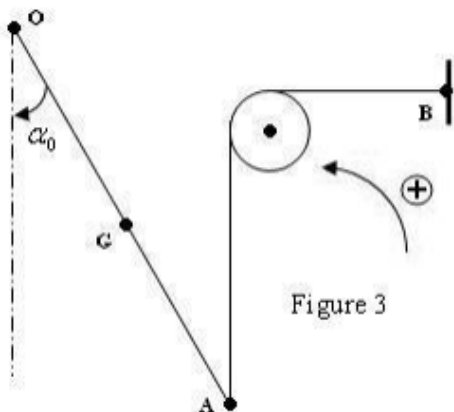


Figure 3

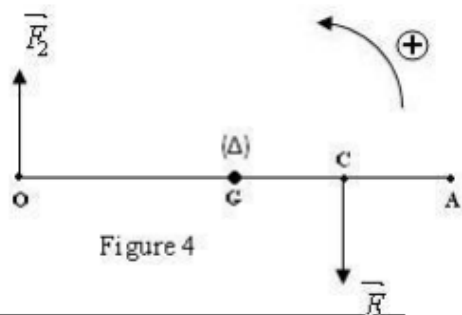


Figure 4

On étudie l'équilibre d'une barre homogène OA de poids  $\|\vec{P}\| = 10\text{ N}$ , de centre d'inertie G, mobile autour de l'axe fixe ( $\Delta$ ) horizontal passant par O et perpendiculaire au plan de la figure.

On donne : OA = 2OG = 50 cm.  $\alpha_0 = 30^\circ$ .

AB est un fil inextensible de masse négligeable, enroulé sur la gorge d'une poulie ( $\mathcal{P}$ ) de masse négligeable mobile autour d'un axe fixe ( $\Delta'$ ) passant par son centre O' comme indique la figure 3.

1°) Donner l'énoncé du théorème des moments.

2°) a°) Appliquer le théorème des moments et déterminer l'expression de la valeur de la tension  $\vec{T}_A$  du fil en A.

b°) Dépend-elle de l'angle  $\alpha_0$ . calculer sa valeur  $\|\vec{T}_A\|$ .

3°) Représenter sur votre feuille les forces exercées sur la poulie ( $\mathcal{P}$ ). Echelle 5N  $\longrightarrow$  1cm.

4°) Dans cette partie, la barre OA devient mobile autour de l'axe fixe ( $\Delta$ ) passant par son centre d'inertie G par l'action d'un couple de force  $\mathcal{C} = \{\vec{F}_1, \vec{F}_2\}$  tel que OG = 2 AC comme l'indique la figure 4.

a°) Définir le couple de force.

b°) Calculer le moment du couple  $\mathcal{C}$  par rapport à l'axe ( $\Delta$ ), sachant que  $\|\vec{F}_2\| = 4\text{ N}$ .

c°) Quel est le sens de rotation de la barre ?

d°) Que pensez-vous des moments du poids  $\vec{P}$  de la barre et de la réaction  $\vec{R}$  de l'axe ( $\Delta$ ) ? Justifier la réponse.

► y