

Série d'exercices

Exercice n°1 : (principale 2011)

Soit A la matrice carrée d'ordre 3 tel que $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$

1)a) montrer que A est inversible.

b) calculer $M = 2 I_3 - A$

c) calculer $A \times M$ en déduire A^{-1} .

2) soit S le système suivant :
$$\begin{cases} 2x + 2y + z = 5 \\ -x - y - z = -2 \\ x + 2y + 2z = 3 \end{cases}$$

a) donner l'écriture matricielle de (S).

b) résoudre (S).

Exercice n°2 (contrôle 2011) :

On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2,5 & 4 & -1,5 \\ 0,5 & -1 & 0,5 \end{pmatrix}$$

1) a) montrer que A est inversible.

b) calculer $A \times B$

c) en déduire la matrice inverse de A.

2) les employés d'une entreprise sont répartis en 3 équipes.

Le tableau suivant donne la composition de chaque équipe et le salaire mensuel total qui lui est attribué :

	1 ^{ère} équipe	2 ^{ème} équipe	3 ^{ème} équipe
composition	1 ingénieur 1 technicien 1 ouvrier	1 ingénieur 2 techniciens 4 ouvriers	1 ingénieur 3 techniciens 9 ouvriers
Salaire total	2300 DT	4200DT	6900DT

Sachant que les employés d'une même catégorie touchent le même salaire.

On se propose de déterminer le salaire mensuel de chacun d'elles.

- Ecrire le système d'équations qui traduit la situation décrite ci-dessus.
- Résoudre ce système et conclure.

Exercice n° 3 :(principale 2012)

On considère les matrices :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -4 & a \end{pmatrix}; \text{ ou } a \text{ désigne un nombre réel}$$

- Déterminer a pour que $A \times B = 11 I_2$
- On considère le système suivant :

$$(S) \begin{cases} x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$$

- donner l'écriture matricielle de (S).
- Résoudre le système (S)

2) On considère le système (S') :

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 1 \\ 3x + 2y - z = 7 \end{cases}$$

a) montrer que S' est équivalent au système (s'') :

$$\begin{cases} z = 6 - x - y \\ x - 2y = -5 \\ 4x + 3y = 13 \end{cases}$$

b) En déduire l'ensemble de solution de (S').

Exercice n° 4 :(principale 2016)

On considère la matrice :

$$A = \begin{pmatrix} 25 & 12 & 8 \\ 4 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- a) calculer le déterminant de la matrice A
- déduire que A est inversible.

2) Soit la matrice $B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 0 \\ -2 & 17 & -18 \\ 1 & -13 & 27 \end{pmatrix}$

Calculer $A \times B$ en déduire A^{-1} inverse de A.

- 3) Un artisan fabrique 3 types des jouets en bois : voitures ; camions et bateaux.
 4) Le tableau ci-dessous donne la quantité de bois en kilogrammes et le nombre d'heures de travail nécessaire de la fabrication d'un jouet de chaque type :

Type de jouet	voiture	camion	bateau
Quantité de bois(kg)	2,5	1,2	0,8
Heure de travail pour la fabrication d'un jouet	4	3	2

Après 204 heures de travail et en utilisant 96 kg de bois, l'artisan a fabriqué au total 76 jouets.

On se propose de déterminer le nombre de jouets fabriqués de chaque type.

- a) Montrer que la situation se traduit par le système suivant :

$$\begin{cases} x + y + z = 76 \\ 2,5x + 1,2y + 0,8z = 96 \\ 4x + 3y + 2z = 204 \end{cases}$$

- b) Montrer que ce système est équivalent à $AU=V$ ou $U=\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ et $V=\begin{pmatrix} 960 \\ 204 \\ 76 \end{pmatrix}$

- c) Déterminer le nombre de voitures, le nombre de camions et le nombre de bateaux fabriqués.