

<i>Mathématiques</i>	<i>Série étude de fonctions</i>	
2014/2015	4^{ème} Eco	Prof : Hajji Makrem

Exercice 1

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \sqrt{x^2 - 4x + 8}$. On désigne par C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (o, \vec{i}, \vec{j}) .

- 1) Justifier que f est bien définie sur \mathbb{R} .
- 2) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et que $f'(x) = \frac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+8}}$.
- 3) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$.
- 4) Dresser le tableau de variation de f .
- 5) Démontrer que la droite $\Delta : x = 2$ est un axe de symétrie pour la courbe C .
- 6) Soit (D) la droite d'équation $y = x + 2$
 - a) Démontrer que (D) est une asymptote oblique à C en $+\infty$.
 - b) Etudier la position de C par rapport à (D) .
- 7) Tracer C .

Exercice 2

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}$.

- 1) Montrer que f est dérivable sur \mathbb{R} et calculer $f'(x)$.
- 2) Etudier les variations de f
- 3) Montrer que f réalise une bijection de \mathbb{R} sur un intervalle J que l'on précisera.
- 4) Montrer que pour tout $x \in J$ on a $f^{-1}(x) = -1 + \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$.
- 5) Montrer que l'équation $f(x) = x$ admet une unique solution α et que $\alpha \in]0,1[$
- 6) Tracer dans le même repère les courbes C et C' représentation graphique de f et f^{-1} .

Exercice 3

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

X	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-		○	-	
$f(x)$	1		-1		1
		$-\infty$ $-\infty$		$-\infty$ $-\infty$	

- 1) Déterminer le domaine de définition (D) de f
- 2) Déterminer les asymptotes de la courbe de f
- 3) On suppose que $f(x) = \frac{ax^2+1}{x^2+b}$, a et b deux réels

En utilisant le tableau de variation de f , déterminer a et b