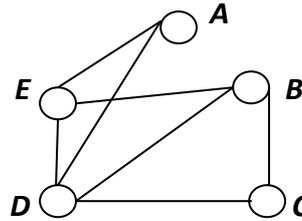


**EX 1 :**

Soit le graphe G suivant



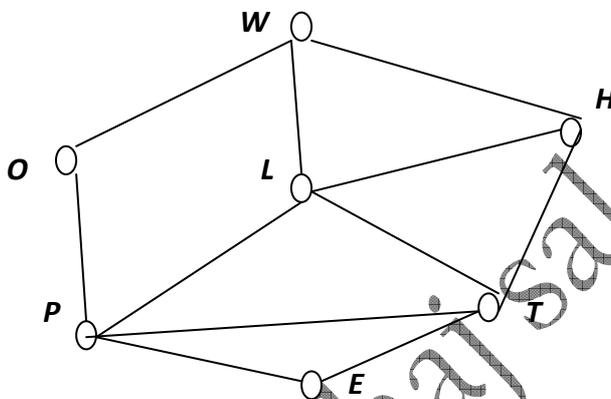
- 1) a) donner le degré de sommet B  
b) G admet-il un cycle eulérien ?

Justifier

- 2) a) montrer que G admet au moins une chaîne eulérienne  
b) donner un exemple d'une chaîne eulérienne

3) les sommets sont écrits dans l'ordre alphabétique. Donner la matrice M associée au graphe G

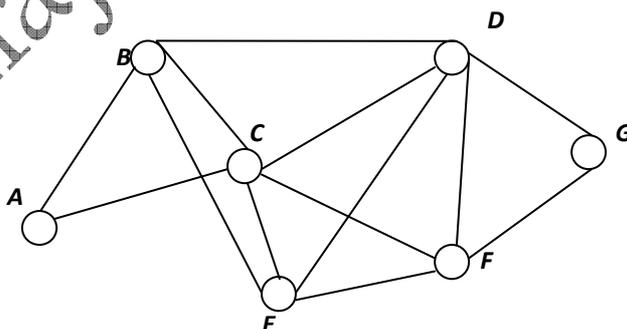
**EX 2 :**



- 1) ce graphe admet-il une chaîne eulérienne ? si oui donner une telle chaîne
- 2) ce graphe admet-il un cycle eulérienne ? si oui donner un tel cycle
- 3) Donner la matrice M associée a ce graphe (les sommets seront pris dans l'ordre alphabétique (E, H, L, O, P, T, W)).

**EX 3 :**

Dans le graphe ci-dessous, les sommets représentent différentes zones de résidence ou d'activités d'une municipalité. Une arête reliant deux de ces sommets indique l'existence d'une voie d'accès principale entre deux lieux correspondants



- 1) Donner sans justification le degré de chaque sommet
- 2) donner la matrice  $M$  associée au graphe (les sommets seront mis dans l'ordre alphabétique).
- 3) On donne la matrice

$$M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 7 & 8 & 5 & 5 & 5 & 3 \\ 7 & 8 & 12 & 13 & 12 & 8 & 5 \\ 8 & 12 & 12 & 15 & 13 & 13 & 5 \\ 5 & 13 & 15 & 12 & 13 & 12 & 8 \\ 5 & 12 & 13 & 13 & 10 & 12 & 5 \\ 5 & 8 & 13 & 12 & 12 & 8 & 7 \\ 3 & 5 & 5 & 8 & 5 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Déterminer en justifiant, le nombre de chemin de longueur 3 reliant A et F puis donner leur liste.

#### EX 4 :

$$\text{Soit } M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1) Construire le graphe associé à  $M$ , on appellera A, B, C, D, E les sommets. Ce graphe est-il connexe ? est-il complet ?
- 2) Existe-il une chaîne eulérienne ? existe-il une cycle eulérienne ?
- 3) Donner un encadrement du nombre chromatique du graphe et déterminer sa valeur.
- 4) a) calculer  $M^2$ .  
b) combien y-a-t-il de chaînes de longueur 2 entre A et B ? Entre C et A ?  
c) combien y-a-t-il de chaînes de longueur 3 entre B et D ?

### EX 5

On considère le graphe  $G$  de sommet  $A, B, C$  et  $D$ , dont la matrice associée est

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- 1)  $G$  est-il un graphe orienté ? justifier.
- 2) a) compléter le tableau suivant :

	A	B	C	D
$d^+$				
$d^-$				

- b)  $G$  admet-il un cycle orienté eulérien ?
- c)  $G$  admet-il une chaîne orientée eulérienne ? Justifier.
- d) représenter le graphe  $G$  et donner un exemple d'une chaîne orientée eulérienne

3) on donne  $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  et  $M^3 = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 3 \\ 1 & 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

- a) déterminer le nombre des chaînes de longueur 2 reliant  $B$  et  $D$
- b) déterminer le nombre des chaînes de longueur 3 reliant  $A$  et  $D$
- c) existe-il une chaîne de longueur 3 reliant  $C$  et  $B$  ? justifier.
- d) Déterminer la distance du sommet  $D$  au sommet  $B$