MATHEMATIQUES

Class : Bac Economie

Série : Sujet de révision N°5

Bac 2023

Exercice 1 — 24 min — 4 pts

On donne les matrices A et B suivantes :

Soit les matrices $A=\begin{pmatrix}2&1&2\\2&2&1\\1&1&1\end{pmatrix}$ et $B=\begin{pmatrix}5&3&1\\3&4&4\\2&1&4\end{pmatrix}$.

1. a- Montrer que la matrice A est inversible

   b- Calculer $A\times(B-2A)$ puis déduire la matrice inverse A^{-1}.

2.Une usine fabrique trois types de vélos : V1 , V2 et V3 .

On résume dans la tableau suivant les ventes de trois semaines .

	V1	V2	V3	Recettes
Semaine 1	2	1	2	850
Semaine 2	2	2	1	865
Semaine 3	1	1	1	510

Déterminer les prix unitaires des vélos : V1 , V2 et V3

Exercice 2 — 24 min — 4 pts

Une usine d'horlogerie fabrique une série de montres. Au cours de la fabrication peuvent apparaître deux types de défauts, désignés par D_1 et D_2.

- 2 % des montres fabriquées présentent le défaut D_1
- 10 % des montres fabriquées présentent le défaut D_2

Une montre est tirée au hasard dans la production.

On définit les évènements suivants :

D_1 : « la montre tirée présente le défaut D_1»

D_2 : « la montre tirée présente le défaut D_2 »

D : « la montre tirée a le défaut D_1 ou le défaut D_1 » .

On suppose que les évènements D_1 et D_2 sont indépendants.

1. Montrer que $P(D)=0{,}118$.

2. L'usine fabrique deux modèles de montres désignés par A et B.

- 20% des montres défectueuses sont de modèle A.
- 50% des montres qui ne sont pas défectueuses sont de modèle B.

a- Déterminer la probabilité que la montre tirée n'est pas défectueuse et qu'elle soit de modèle A.

b- Déterminer la probabilité que la montre tirée soit de modèle A.

3. Choisit 10 montres au hasard.

a- Déterminer la probabilité qu'une de ces montres soit défectueuse.

Déterminer la probabilité qu'au moins une de ces montres soit défectueuse.

Exercice 3 — 33 min — 5.5 pts

Soit (G) un graphe connexe de sommets A, B, C et D dont la matrice

associée est : $M=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

1. Justifier que (G) est un graphe orienté.

2. a- Recopier le tableau suivant :

	A	B	C	D
d^+				
d^-				

b- Le graphe (G) admet-il un cycle orienté eulérien ? Expliquer.

c- Vérifier que (G) admet une chaine orientée eulérienne.

d- Représenter (G) et donner un exemple de chaine orientée eulé-

rienne.

3. On donne $M^2 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ et $M^3 = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

a- Que représente le terme a_{43} de la matrice M^3 ?

b- Donner, en justifiant, la nombre de chaines orientées fermées de longueur 2 dans ce graphe

c- Préciser la distance de B à D. Justifier la réponse.

4. a- Recopier et compléter le tableau suivant :

Distance	A	B	C	D
A				
B				
C				
D				

b- Déterminer le diamètre de (G).

Exercice 4 — 24 min — 4 pts

Soit (u_n) la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 12} \end{cases}$

1) a- Montrer que pour tout entier n on a : $u_n \leq 2$.

b- Montrer que (u_n) est croissante.

c- En déduire que (u_n) est convergente et calculer sa limite.

2) Soit la suite (v_n) définie par : $v_n = u_n^2 - 4$

a- Montrer que la suite est géométrique et déterminer sa raison et son premier terme.

b- Ecrire v_n puis u_n en fonction de n.

c-Retrouver $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

Exercice 5 — 36 min — 6 pts

A/ Soit la fonction g définie par : $e^x - x$

1. Dresser le tableau de variation de g.
2. En déduire que : $\forall x \in IR; \quad g(x) > 0$.

B/ Soit f la fonction définie par : $f(x) = (1+x)(1+e^{-x})$.

On désigne par (Cf) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$ du plan.

1. a- Montrer que : $\forall x \in IR; \quad f'(x) = e^{-x}.g(x)$

   b- Dresser le tableau de variation de f

   c- Ecrire une équation de la tangente (T) à (Cf) au point d'abscisse 0.

2. a- Montrer que la droite $(\Delta): y = x+1$ est une asymptote à (Cf) au voisinage de $+\infty$.

   b- Etudier la position de (Cf) et (Δ)

3. Montrer que (Cf) admet une branche parabolique de direction celle de l'axe des ordonnées au voisinage de $-\infty$.

4. Tracer T, (Δ) et (Cf) dans le repère $(o,\vec{i},\vec{j})$.

5. a- Vérifier que : $\forall x \in IR;\quad f(x) = 1 + x + e^{-x}(1+x)$.

b- A l'aide d'une intégration par parties, calculer $I = \int_0^1 (1+x)e^{-x}dx$

c- En déduire l'aire de la parie du plan limité par (Cf), la droite (Δ) et

les droites d'équations $x = 0$ et $x = 1$.