Exercice1 :

1) Simplifier l'écriture de :

$$\frac{e^{4x-2}-e^{x}}{(e^{x-1})^2-e^{-x}}$$

2) Prouver que :

$$\frac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}=\frac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$$

3) Prouver que :

$$\ln(1+e^{x})=x+\ln(1+e^{-x}).$$

4) Simplifier l'écriture de :

$$\frac{e^{3+\ln x^2}}{\ln 3^{x}}$$

Exercice 2 :

Résoudre dans $\mathbb{R}$:

1) $e^{3x}-e^{x}+3e^{x}=0$ 2) $e^{2x}-5e^{x}+6=0$

3) $e^{2x}-3e^{x}+2=0$ 4) $e^{4x}-2e^{3x}-9e^{2x}+18e^{x}=0$

5) $6e^{5x+2}-7\sqrt{e^{8x+4}}+e^{3x+2}=$ 6) $\dfrac{e^{2x-6}}{2-2e^{x}}=1$

7) $e^{\ln(1-x^2)}=-2x+1$ 8) $(x^2-1)e^{\ln(x-2)}=\ln e^{(x+1)}$

9) $e^{3x}-e^{2x}+3e^{x}<0$ 10) $e^{2x}-3e^{x}+3<0$

11) $e^{2x}-5x+6>0$ 12) $e^{2x}-4e^{x}-5>0$

Exercice 3 :

Déterminer les limites des fonctions suivantes aux bornes des intervalles de leur ensemble de définition :

1) $f(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{e^{x}-e^{-x}}$ 2) $f(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{x}$

3) $f(x)=e^{-2x}+3x$ 4) $f(x)=5e^{3x}+e^{2x}-3$

5) $f(x)=e^{2x}-4e^{x}-5x$ 6) $f(x)=e^{-x^2}$

7) $f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{x}$ 8) $f(x)=x^2e^{2x}-4xe^{-x}-5x-4$

9) $f(x)=\dfrac{e^{x}-xe^{-x}}{e^{-\sqrt{x}}}$ 10) $f(x)=\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{x^2+x}$

11) $f(x)=\ln(1+e^{x})$ 12) $f(x)=\sqrt{x-3}\,\ln(x-3)^2$

13) $f(x)=e^{x}\ln|x|$ 14) $f(x)=\dfrac{\ln(x^2-x+1)}{x+1}$ 15) $f(x)=\dfrac{\ln(x^2+1)}{|x|+1}e^{-x}$

Exercice 4 :

Calculer la dérivée de chacune des fonctions f suivantes :

1) $f(x)=(x^2-5x+1)e^{3x-1}$ 2) $f(x)=e^{-x^2}$

3) $f(x)=\ln(1+e^{x})$ 4) $f(x)=\exp\left(\dfrac{1}{x^2-x}\right)$

5) $f(x)=\dfrac{e^{x}+e^{-x}}{e^{x}-e^{-x}}$ 6) $f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{x}$

Exercice 5 :

Étudier les fonctions suivantes (limites, sens et tableau de variation) et tracer leur courbe représentative dans le plan $\mathcal{P}$ rapporté à un repère $(O,\vec{i},\vec{j})$:

1) $f : x\mapsto xe^{x}$ 2) $f : x\mapsto x^3e^{x}$

3) $f : x\mapsto \dfrac{e^{x}}{x}$ 4) $f : x\mapsto \dfrac{e^{x}}{x^2}$

5) $f : x\mapsto \dfrac{x}{e^{x}}$ 6) $f : x\mapsto x^2e^{x}$ 7) $f : x\mapsto e^{\frac{x+1}{x^2}}$

Exercice 6 :

1) Étudier le signe de $e^x - e^{2x}$.

2) Soit f la fonction définie par :

$f(x) = \sqrt{e^x - e^{2x}}$.

Étudier la dérivabilité de f en 0.

3) Étudier f et tracer sa courbe représentative $\mathcal{C}$.

On tracera la tangente à $\mathcal{C}$ au point O origine du repère.

Exercice 7 :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x = \dfrac{1}{1+e^x}$

Soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (unités : $1\ cm$ sur l'axe des abscisses, $5\ cm$ sur l'axe des ordonnées).

1) Étudier le sens de variation de f.

2) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$; en déduire que la courbe admet deux asymptotes.

3) Dresser le tableau de variation de f.

4) Démontrer que le point $A\left(0\ ;\ \dfrac{1}{2}\right)$ est centre de symétrie pour la courbe $\mathcal{C}_f$.

Calculer le coefficient directeur de la tangente en ce point.

5) Tracer les asymptotes, la tangente en A et la courbe $\mathcal{C}_f$.

6) Déterminer une primitive de f (on remarquera que $f(x) = 1 - \dfrac{e^x}{1+e^x}$.

Exercice 8 :

Soit f l'application de $\mathbb{R} \setminus \ln 2$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x + \dfrac{e^x}{2(e^x - 2)}$

1) Étudier les limites et les variations de $f \cdots$

2) a) Déterminer l'équation de l'asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$, courbe représentative de f, quand $x \mapsto -\infty$.

Préciser la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à l'asymptote.

b) Calculer $\lim_{x\to+\infty}\left[(x) - \left(x + \dfrac{1}{2}\right)\right]$.

En déduire l'équation de l'asymptote oblique à $(\mathcal{C}_f)$ en $+\infty$, ainsi que la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à l'asymptote.

3) Montrer que le point I de coordonnées $\left(\ln 2\ ,\ \ln 2 + \dfrac{1}{4}\right)$ est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.

4) Construire $(\mathcal{C}_f)$ dans un repère orthonormé $(O\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j})$ (On prendra pour unité de longueur $2\ cm$).

5) a) Résoudre l'équation $f(x) = x + b$ ($b \in \mathbb{R}$) suivant les valeurs du réel b.

b) Retrouver les résultats graphiquement.

Exercice 9 :

Soient f et g les fonctions définies par :

$f(x) = \dfrac{e^x + e^{-x}}{2}$ et $g(x) = \dfrac{e^x - e^{-x}}{2}$.

1) a) Étudier f et g.

b) Étudier la position relative des courbes $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$.

Démontrer qu'elles sont asymptotes.

c) Tracer les deux courbes sur une même figure (On travaillera en repère orthonormé : unité $2\ cm$).

2) a) Démontrer que g est une bijection de $\mathbb{R}$ sur un ensemble D que l'on précisera.

b) Déterminer $g^{-1}(x)$ avec $x \in D$ (on montrera que :

$g^{-1}(x) = \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right)$.

c) Tracer la courbe représentative de g^{-1} dans le repère précédent.