Prof: Fehri Bechir	Primitives	Bac Math + Science 2019 – 2020

Exercice 1 :

Soit la fonction f définie sur $[-1\ 1]$ par $f(x)\ = x^2 - \sqrt{1 - x^2}$

l) a) Monter que f admet au moins une primitive sure $[-1, 1]$.

b) Soit F la primitive de f sur $[-1,1]$ telle que $F\ (0)\ = 0$ et G la fonction définie sur $[-1,1]$ par $G(x)\ =\ F(x)\ +\ F(-x)$.

Calculer $G'(x)$ pour tout réel x de $[-1\ , 1]$. En déduire que F est impaire.

2) Soit H la fonction définie sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ par $H(x) = F(\cos x) - F(\sin x)$.

a) Montrer que H est dérivable sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ et calculer $H'(x)$ pour tout réel x de$\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$

b) En déduire que pour tout x de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$, $H(x) = x - \frac{\pi}{4} - \frac{1}{3}\ sin^3x + \frac{1}{3}cos^3x$

c) Calculer $F(1)$.

Exercice 2 :

Soit f la fonction définie sur $[0\ , 2]$ par $f\ (x)\ = \frac{2}{\sqrt{4-x^2}}$

ξ désigne sa cou rhe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}\ , \vec{\jmath})$ du plan.

1) Monter que pour tout x de $[0, 2[$, $f'(x) = \frac{2x}{(4-x^2)\sqrt{4-x^2}}$. Dresser le tableau de f variation de f et tracer ξ

2) Soit F la primitive de f sur $[0\ , 2[$ qui s'annule en 0.

On désigne par G la fonction définie sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ par $G(x) = F(2sinx\ )$

a) Montrer que G est dérivat sur $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$ et calculer $G'(x)$ pour tout x de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$

b) En déduire que pour tout x de $\left[0, \frac{\pi}{2}\right[$, $G(x) = 2x$

Exercice 3 :

Soit f la fonction définie sur $[0,+\infty[$ par $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{2(1+x)}$

1/ a) Montrer que f admet sur $[0,+\infty[$ une unique primitive F telle que $F(0) = 0$.

b) Montrer que pour tout $x \in [0,+\infty[, F(x) \geq 0$

2/ Soit G la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par $G(x) = F(tan^2 x)$.

a) Montrer que G est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ et que $G'(x) = (tan^2 x)$ pour tout $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

b) Donner l'expression de $G(x)$ pour tout $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

c) En déduire la valeur de $F(1)$.

Exercice 4:

Soit la fonction f c'éfinie sur [-1,1] par $f(x) = x^2 - \sqrt{1-x^2}$

1/ a) Montrer que f admet au moins une primitive sur [-1, 1].

b) Soit F la priraitive de f sur [-1, 1] telle que $F(0) = 0$ et G la fonction définie sur [-1,1] par $G(x) = F(x) + F(-x)$.

Calculer $G'(x)$ pour tout réel x de [-1,1] En déduire que F est impaire.

2/ Soit H la fonction définie sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ par $H(x) = F(cos\, x) - F(sin\, x)$.

a) Montrer que H est dérivable sur $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$ et caïculer $H'(x)$ pour tout réel x de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$

b) En déduire que pour tout x de $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$, $H(x) = x - \frac{\pi}{4} + \frac{1}{3}cos^3 x - \frac{1}{3}sin^3 x$

c) Calculer $F(1)$

La première règle de la réussite, ne jamais remettre au lendemain l'exécution d'un travail