On donne les matrices A et B ci-contre:

$$A=\begin{pmatrix}2&5&3\\1&3&2\\1&2&2\end{pmatrix}\qquad B=\begin{pmatrix}2&-4&1\\0&1&-1\\-1&1&1\end{pmatrix}$$

1. a) Calculer le déterminant de la matrice A.
   b) En déduire que la matrice A est inversible.
   c) Calculer B x A.
   d) En déduire que B est la matrice inverse de A.
2. Un concessionnaire d'automobiles expose trois modèles M_1, M_2 et M_3.
   Le tableau suivant indique les commandes de trois sociétés :

	Société 1	Société 2	Société 3
Modèle M_1	2	1	1
Modèle M_2	5	3	2
Modèle M_3	3	2	2
Prix total en milliers de dinars tunisiens	270	165	140

Déterminer, en milliers de dinars tunisiens, les prix unitaires des modèles M_1, M_2 et M_3.

Exercise1:

Exercise2 :

On considère les matrices $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\2&3&2\\3&4&5\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}7&-6&1\\-4&2&0\\-1&2&-1\end{pmatrix}$ et $I=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

1) Calculer le déterminant de la matrice A et en déduire qu'elle est inversible.
2) a) Montrer que $AB+2I=0$ où 0 désigne la matrice nulle d'ordre 3.
   b) En déduire que $A^{-1}=-\frac{1}{2}B$ où A^{-1} désigne la matrice inverse de A.
3) Soit, dans IR^3, le système $(S):\begin{cases}x+2y+z=-2\\2x+3y+2z=4\\3x+4y+5z=8\end{cases}$
   a) Donner l'écriture matricielle du système (S).
   b) En déduire l'ensemble des solutions du système (S).

www.devoirat.net 2019

1) On considère les matrices $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 \\ 1 & 3 & 9 \end{pmatrix}$ et $B = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ -2.5 & 4 & -1.5 \\ 0.5 & -1 & 0.5 \end{pmatrix}$

a) Montrer que A est inversible.

b) Effectuer le produit $A \times B$.

c) En déduire la matrice inverse de A.

2) Les employés d'une entreprise sont répartis en trois équipes.

Le tableau suivant donne la composition de chaque équipe et le salaire mensuel total qui lui est attribué :

	$1^{ère}$ équipe	$2^{ème}$ équipe	$3^{ème}$ équipe
Composition	-Un ingénieur -Un technicien supérieur -Un ouvrier	-Un ingénieur -Deux techniciens supérieurs -Quatre ouvriers	-Un ingénieur -Trois techniciens supérieurs -Neuf ouvriers
Salaire mensuel total	2300 DT	4200 DT	6900 DT

Sachant que les employés d'une même catégorie touchent le même salaire, on se propose de déterminer le salaire de chacune d'elles.

a) Ecrire le système d'équations qui traduit la situation décrite ci-dessus.

b) Résoudre ce système et conclure.

Exercise3 :

Exercise 4 :

Une usine fabrique des téléviseurs, des lecteurs DVD et des chaînes stéréo. Elle utilise dans la fabrication de ces appareils trois types de composants électroniques notés A, B et C.

- La production d'un téléviseur nécessite 1 composant électronique de type A, 4 de type B et 2 de type C.
- La production d'un lecteur DVD nécessite 2 composants électroniques de type A, 5 de type B et 4 de type C.
- La production d'une chaîne stéréo nécessite 2 composants électroniques de type A, 2 de type B et 5 de type C.

La consommation journalière en composants électroniques est de 150 de type A, de 300 de type B et de 330 de type C.

On désigne par a, b et c respectivement le nombre de téléviseurs, de lecteurs DVD et de chaînes stéréo que produit l'usine en un jour.

www.devoirat.net 2019

1) Montrer que (a,b,c) vérifie le système (S) : $\begin{cases} x+2y+2z=150 \\ 4x+5y+2z=300 \\ 2x+4y+5z=330 \end{cases}$

2) Ecrire la matrice M du système (S).

3) Soit la matrice N = $\frac{1}{3}\begin{pmatrix} -17 & 2 & 6 \\ 16 & -1 & -6 \\ -6 & 0 & 3 \end{pmatrix}$

Calculer M x N . En déduire que M est inversible et donner sa matrice inverse.

4) Déterminer alors a, b et c.

Fehri Bech

Exercise 5 :

On considère la matrice

$$A=\begin{pmatrix} -15 & 10 & 8 \\ -8 & 6 & 4 \\ -24 & 15 & 13 \end{pmatrix}$$

1)a)Calculer le déterminant de la matrice A

b) En déduire que A est inversible

2) Calculer A^2.

3) Vérifier que $A^2-3A+2I_3=0$; en déduire l'expression la matrice inverse de A.

4) Résoudre dans $\mathbb{R}^3$ le système suivant : $A\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix}$.

Exercise 6 :

Soit $f(x)=x+\sqrt{x^2-1}$. On désigne par (C) sa courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) a) Montrer que *f* est définie sur

www.devoirat.net 2019

$I =]-\infty, -1[\cup [1, +\infty[$.

b) Calculer $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ *et* $\lim_{x \to -\infty} f(x)$

c) Etudier la dérivabilité de f à gauche en -1 et à droite en 1, interpréter graphiquement les résultats obtenus.

2) a) Montrer que $f'(x) > 0$ si $x > 0$ et $f'(x) < 0$ si $x < 0$.

b) Dresser le tableau de variation de f

c)Montrer que l'équation $f(x)=2$ admet sur $[1, +\infty[$ une unique solution α puis vérifier que $\alpha \in [1,2]$

3) a) Montrer que la restriction g de f sur $[1,+\infty[$ est une bijection.

Expliciter $g^{-1}(x)$ pour tout $x \in [1,+\infty[$

Exercise 7 :

Soit la matrice A suivante $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} -3 & 5 & 6 \\ -1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}$

1/ a- calculer le déterminant de **A** .Que peut-on en déduire ?

b- Vérifier que la matrice inverse de A est $A^{-1}=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 3 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$

2/Résoudre le système (S) $\begin{cases} -3x + 5y + 6z = 0 \\ -x + 2y + 2z = 1 \\ x - y - z = -1 \end{cases}$ par :

a- méthode matriciel

b- méthode de Crammer

www.devoirat.net 2019