Lycée Rue Ahmed Amara Le Kef
Habib Gammar
2010-2011

Devoir De Synthèse N°1

Mathématiques

3ème Maths
2 Heures
1/2

<u>Exercice 1</u> (3 points)

• *Pour Chacune des questions suivantes une seule des réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.*

La fonction f est définie et dérivable sur $]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$.

Son tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-1 || -1		3		5		$+\infty$
f	1	↗	$+\infty$ || $+\infty$	↘	2	↗	4	↘	$-\infty$

1) Le nombre de solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation $f(x)=1$ est :

a) aucune b) une c) deux

2) Parmi les affirmations suivantes, laquelle est vraie ?

a) f' est négative sur $[-5,-2]$ b) f est monotone sur $[4,6]$

c) f' est négative sur $[1,2]$

3) Parmi les équations de droites suivantes, laquelle est celle d'une asymptote à la courbe de f ?

a) $y=1$ b) $x=1$ c) $y=-1$

4) Parmi les fonctions suivantes, laquelle est définie sur $]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$

a) $x\mapsto\dfrac{1}{f(x)}$ b) $x\mapsto\sqrt{f(x)}$ c) $x\mapsto\dfrac{f(x)}{x^2+3}$

<u>Exercice 2</u> (7 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x^2+4} & si\ x\le 0\\ \dfrac{-x^2-x+2}{x+1} & si\ x>0\end{cases}$

$(\mathscr{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f continue en 0.

2) a) Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche en 0.

b) Donner les équations des demi-tangentes à $(\mathscr{C})$ au point d'abscisse 0.

3) a) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

b) Montrer que la droite $\Delta : y=-x$ est une asymptote oblique à $(\mathscr{C})$ au voisinage de $-\infty$.

4) a) Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

b) Vérifier que pour tout $x>0$, $f(x)=-x+\dfrac{2}{x+1}$

c) En déduire que $(\mathscr{C})$ admet une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$.

5) a) Montrer que f est dérivable sur $\mathbb{R}^*$ et calculer $f'(x)$.

b) En déduire que f est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Exercice 3 (8 points)

Le plan est orienté dans le sens direct.

Soit $\mathscr{C}$ un cercle de centre O et A un point de $\mathscr{C}$

Soient B, C et D les points du cercle $\mathscr{C}$ définis par :

$(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$; $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC}}) \equiv \frac{35\pi}{6}[2\pi]$

et $(\widehat{\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OD}}) \equiv -\frac{5\pi}{6}[2\pi]$

1) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OC})$.

2) a) Placer les points B, C et D sur le cercle $\mathscr{C}$.

b) Montrer que O est le milieu du segment [BD]

c) En déduire la nature du triangle BCD.

3) a) Déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OB})$.

b) En déduire que $(\widehat{\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{DB}}) \equiv \frac{\pi}{6}[2\pi]$.

4) Déterminer et construire l'ensemble :

$$\mathscr{C}_1 = \left\{ M \in P \ ; \ (\widehat{\overrightarrow{MC}, \overrightarrow{MD}}) \equiv \frac{\pi}{3}[2\pi] \right\}.$$

5) La médiatrice de $[CD]$ coupe $\mathscr{C}_1$ en un point E.

a) Montrer que le triangle DCE est équilatéral.

b) En déduire que $(DE) \perp (DB)$.

Exercice 4 (2 points)

Dans la figure ci-dessous (AB) et (DE) sont parallèles

En utilisant la relation de Chasles, déterminer la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC})$.