Le sujet comporte deux pages numérotées de 1/2 à 2/2. Le barème est approximatif.

Exercice 1 (5 points)

Soit : $P(x) = x^5 + x^4 - 16x - 16$.

1) a/ Vérifier que (-1) est une racine de P.

b/ Déterminer le polynôme R tel que : $P(x) = (x-1)R(x)$.

c/ Factoriser P(x).

2) Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a/ P(x)=0

b/ $P(x) < 0$.

Exercice 2 (5,25 points)

Soit l'équation : $(E_a) : x^2 - 2(1+a)x + a = 0,\ \ a \in \mathbb{R}_-$.

1) Résoudre (E_a) pour a=0 et a=–1.

2) Montrer que (E_a) admet toujours deux racines distincts x′ et x″.

3) Exprimer à l'aide de a : $A = x'^2 + x''^2$ et $B = \dfrac{2}{x'} + \dfrac{2}{x''}$.

4) Résoudre dans $\mathbb{R} : x^2 - 2(1+a)x + a > 0$, pour $a = -2$.

Exercice 3 (3,75 points)

Soit G le barycentre des points pondérés (A,1) et (B,3) et soit I le milieu de [AB].

1) Construire I et G.

2) Déterminer et construire les ensembles des points :

$$\mathscr{C} = \left\{ M \in P \,/\, \left\| \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} \right\| = 4AB \right\}.$$

$$\mathscr{D} = \left\{ M \in P \,/\, \left\| \overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} \right\| = 2\left\| \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} \right\| \right\}.$$

Exercice 4 (6 points)

1) Le plan P est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}=\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

   a- Placer les points A(0,3), B(-2,5), C(4,-1) et D(-3,0)

   b- Montrer que les points A, B et C sont alignés.

   c- Montrer que le triangle ADB est un triangle rectangle en A.

2) Soit K le barycentre des points pondérés (A,-1) et (B,4).

   a- Déterminer les coordonnées de K et de L milieu de [AB].

   b- Exprimer $\overrightarrow{AK}$ à l'aide de $\overrightarrow{LK}$.

Fin de l'épreuve ../..