LYCEE PILOTE MONASTIR

DEVOIR DE SYNTHESE N°1

MATHEMATIQUES

2016/2017

Prof : MOHAMED BENZINA

Classe : $2sc_{2\&3}$ | DURÉE : 2H

EXERCICE 1 (3 PTS)

Répondre par **vrai** ou **faux** en **justifiant** votre réponse

1) Si A est le barycentre de (B,1) et (C,-2) alors B est le barycentre de (A,1) et (C ,-2)
2) Le polynôme $P(x) = 2x^3 + x^2 - 11x - 10$ est factorisable par $(x^2 + 3x + 2)$
3) L'équation $x^3 + x - 2x^2 - 2 = 0$ admet une seule solution dans IR
4) A,B et C sont trois points du plan. Le vecteur $\vec{u} = 2\overrightarrow{MA} - 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}$ est constant pour tout point M du plan

EXERCICE 2 : (7 PTS)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = x^2 - 2x$

On désigne par (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(0, \vec{i}, \vec{j})$

1) Vérifier que $f(x) = (x-1)^2 - 1$
2) a) Etudier les variations de f sur chacun des intervalles $]-\infty, 1]$ *et* $[1, +\infty[$

   b) Tracer (C_f) (préciser les points d'intersection de (Cf) avec les axes du repère)
3) a) Déterminer les coordonnées des points d'intersection de (C_f) et la droite Δ d'équation $y = x$.

   b) Tracer dans le même repère la droite Δ.
4) Soit m un réel de l'intervalle $[0, 3]$, la droite d'équation $x = m$ coupe (C_f) en M et (Δ) en N.

   a) Exprimer MN à l'aide de m.

   b) Déterminer m pour que la distance MN soit maximale.
5) Soit la fonction g définie sur IR par $g(x) = x|x| - 2x$

   a) Montrer que g est impaire.

   b) Construire, à partir de (C_f), la courbe (C_g) dans le même repère $(0, \vec{i}, \vec{j})$.

   c) En déduire le tableau de variation de la fonction g.

EXERCICE 3 : (5 PTS)

La courbe ci – dessous est celle d'une fonction f définie sur IR

I) Par lecture graphique:

1) Déterminer $f(-1), f(0)$ et $f(2)$
2) Donner le tableau de signe de $f(x)$
3) Résoudre l'inéquation $-3 < f(x) \leq 5$

($\mathscr{C}f$)

II) Soit $g(x) = \dfrac{1}{\sqrt{|f(x)|}}$

1) Déterminer le domaine de définition de g
2) Etudier les variations de g sur chacun des intervalles $]0,2]$ et $]4,+\infty[$

EXERCICE 4 (5 PTS)

ABC est un triangle, I est le barycentre des points pondérés (A , 2) et (C , 1), J est le barycentre de (A , 1) et (B , 2) et K est le barycentre de (C , 1) et (B , - 4).

1) Construire les points I, J et K.

2) a) Exprimer $\overrightarrow{KB}$ en fonction de $\overrightarrow{KC}$.

b) En déduire que $3\overrightarrow{\mathbf{BK}} + \overrightarrow{\mathbf{BC}} = \vec{0}$

c) Montrer que $2\overrightarrow{\mathbf{JA}} + 3\overrightarrow{\mathbf{JK}} + \overrightarrow{\mathbf{JC}} = \vec{0}$

d) En déduire que J est le milieu de [IK].

3) Déterminer les ensembles : E= $\left\{ M \in P \text{ tel que } \left\| 2\,\overrightarrow{MA} + 3\,\overrightarrow{MK} + \overrightarrow{MC} \right\| = \left\| 4\,\overrightarrow{MA} + 2\,\overrightarrow{MC} \right\| \right\}$

et F = $\left\{ M \in P \text{ tel que } (2\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}) \perp (\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}) \right\}$