Série d'exercices : oscillateur amortie et non amortie

Exercice N°1

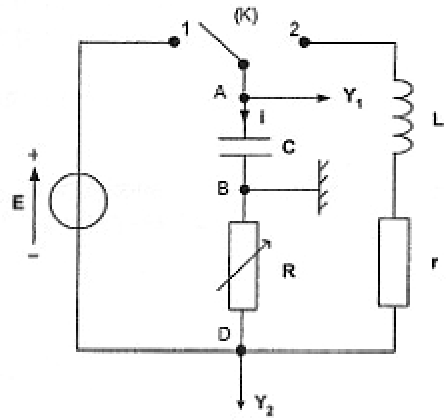
Au cours d'une séance de travaux pratiques, un élève réalise le circuit schématisé ci-dessous (figure 1).

Ce circuit est constitué des éléments suivants :- un générateur délivrant une tension continue constante de valeur E = 4,0 V ;

une résistance R réglable ; un condensateur de capacité C = 2,0 µF ; une bobine d'inductance L et de résistance r.

Un commutateur (K) permet de relier le dipôle (RC) soit au générateur, soit à la bobine.

L'entrée Y_1 d'une interface, reliée à un ordinateur, est connectée à la borne A ; l'autre entrée Y_2 est connectée à la borne D. La masse de l'interface est connectée à la borne B.



Les entrées Y_1 , Y_2 et la masse de l'interface sont équivalentes respectivement aux entrées Y_1 , Y_2 et à la masse d'un oscilloscope.

Étude énergétique du condensateur

Au cours de cette question, on étudie la charge du condensateur. À l'instant de date t = 0 s, le condensateur est déchargé et on bascule le commutateur en position 1.

1.1 Représenter, sur la figure 1**,** par des flèches : la tension $u_{DB}(t)$ aux bornes de la résistance ; la tension $u_{AB}(t)$ aux bornes du condensateur.

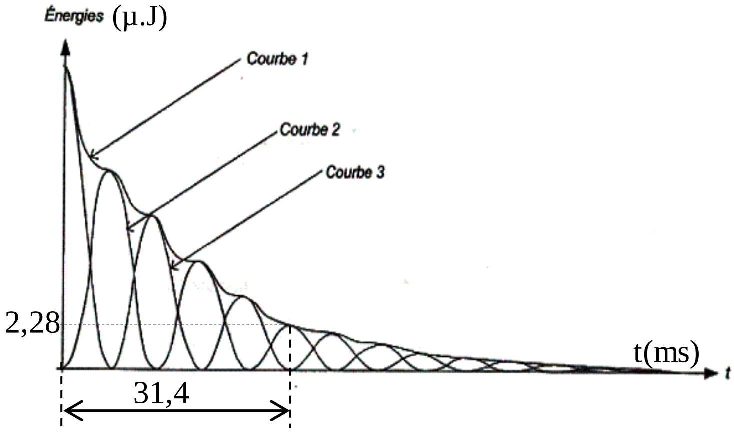
1.2. Donner, en le justifiant, le signe de la charge q portée par l'armature A du condensateur au cours de sa charge et la relation existant entre la charge q et la tension U_{AB}. En tenant compte de l'orientation du circuit, donner la relation vérifiée à chaque instant par l'intensité i(t) du courant et la charge q(t).

A partir des expressions des tensions aux bornes des trois dipôles, établir l'équation différentielle vérifiée par $u_{AB}(t)$. Donner l'expression de $u_{AB}(t)$ solution de cette équation différentielle en fonction de E,R,C et t

1.3. Donner en fonction de $u_{AB}(t)$ l'expression littérale de l'énergie électrique E_e emmagasinée par le condensateur. En déduire l'expression littérale $E_{e,max}$ de sa valeur maximale et calculer sa valeur.

2. Étude énergétique du circuit RLC

2.1. Une fois le condensateur chargé, l'élève bascule rapidement le commutateur (K) de la position 1 à la position 2 : il prend l'instant du basculement comme nouvelle origine des dates. Le condensateur se décharge alors dans la bobine. L'acquisition informatisée des tensions permet de visualiser l'évolution des tensions $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$ en fonction du temps. Après transfert des données vers un tableur-grapheur, l'élève souhaite étudier l'évolution des différentes énergies au cours du temps.



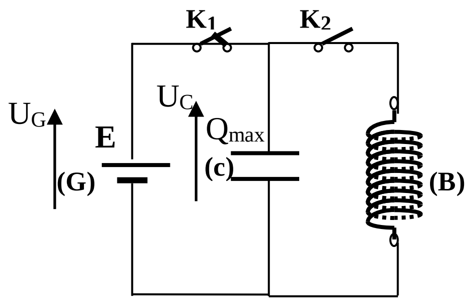
2.1.a/ Exprimer littéralement, en fonction de i(t), l'énergie magnétique E_m emmagasinée dans la bobine.

À partir de l'une des tensions enregistrées $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$, donner l'expression de l'intensité instantanée i(t)

2.1.b/ En déduire l'expression de l'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine en fonction de l'une des tensions enregistrées.
2.1.c/ En déduire l'expression de l'énergie totale E_T du circuit en fonction des tensions $u_{AB}(t)$ et $u_{DB}(t)$.
2.2 À partir du tableur-grapheur, l'élève obtient le graphe ci-dessous (figure 2) qui montre l'évolution, en fonction du temps, des trois énergies : E_e énergie électrique, E_m, énergie magnétique et E_T énergie totale.
2.2.a/ Identifier chaque courbe en justifiant. Quel phénomène explique la décroissance de la courbe 1 ?
2.2.b/ Montrer les transformations mutuelles de E_e et de E_m.
2.2-c/ Déterminer graphiquement :
- La pseudo période T.
- L'énergie dissipée par effet joule à la date t=31.4 ms.

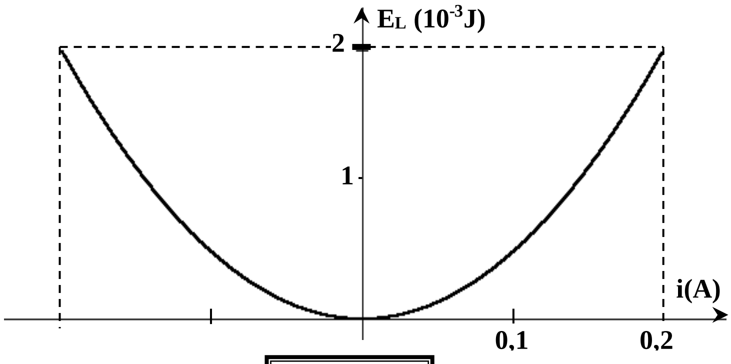
2.2-d/ Pour réduire l'énergie dissipée par effet joule pendant chaque pseudopériode dans le circuit faut-il augmenter ou diminuer R. Justifier.

Exercice N°2

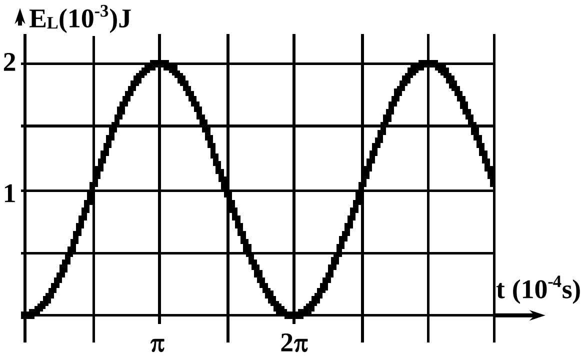


On considère le circuit électrique schématisé dans la figure ci-contre, comportant :un générateur de tension continue (G), de f.é.m U_0 et de résistance interne négligeable ;un condensateur (c) de capacité C et d'armatures A et B ;une bobine (B) d'inductance L et de résistance négligeable ;deux interrupteurs K_1 et K_2.

1. K_2 étant ouvert, on ferme K_1. Après une brève durée, le condensateur porte une charge maximale Q_0 et emmagasine une énergie électrostatique E_0.
   a- Donner l'expression de Q_0 en fonction de U_0 et C.
   b- Donner l'expression de E_0 en fonction de Q_0 et C.
2. Le condensateur étant chargé ; à t = 0 on ouvre K_1 et on ferme K_2. A t quelconque, l'armature A du condensateur porte une charge q.
   a- Exprimer l'énergie électromagnétique E en fonction de L, C, q et i.
   b- Montrer, sans faire aucun calcul que cette énergie se conserve et elle est égale à $\frac{Q_0^2}{2C}$.
   c- Déduire l'équation différentielle des oscillations électriques.
   d- Déterminer l'expression de la période propre T_0 en fonction de L et C.
   e- Donner l'expression de la charge q en fonction du temps.
3. Montrer que l'expression de cette énergie E_L en fonction du temps s'écrit :
   $$E_L=\frac{E_0}{2}\left[1+\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}t+\pi\right)\right]$$
4. Une étude expérimentale a permis de tracer les courbes (1) et (2) (ci-dessous) traduisant respectivement les variations de l'énergie magnétique E_L en fonction de i et en fonction du temps.
   a- En exploitant la courbe (1), déduire les valeurs de L et de E_0.
   b- En exploitant la courbe (2), déduire la valeur de T_0.



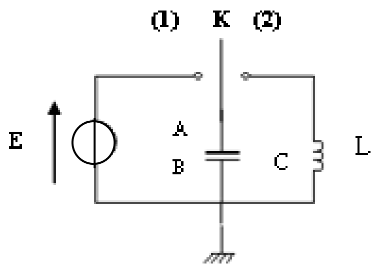
Courbe (1)

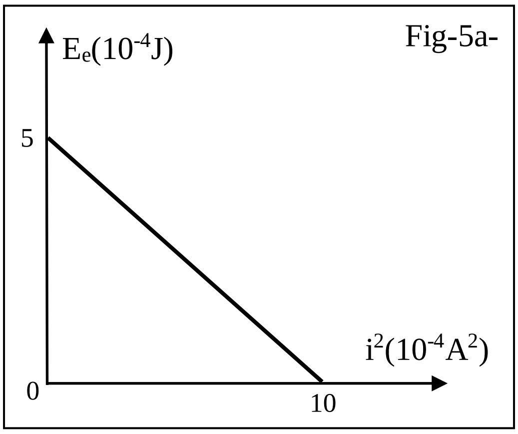


Courbe (2)

5. Déterminer alors C, Q_0 et U_0.

Exercice N°3 :





Avec un générateur de tension continue, de f.e.m. E_0 constante et de résistance interne nulle, un condensateur de capacité C et une bobine d'inductance **L** et de résistance négligeable,
on réalise le circuit de la :

A-L'interrupteur K est dans la position (1) :

1°/ Quel est le phénomène observé ?

2°/ Donner l'allure de la courbe de variation de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

B-L'interrupteur K est basculé dans la position (2) :

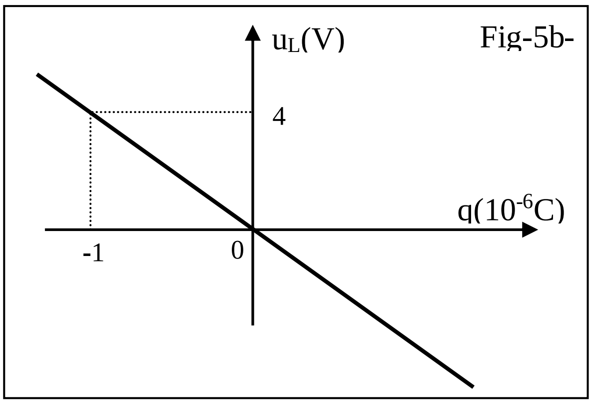
1°/ a- Etablir l'équation différentielle qui régit les oscillations de la charge q(t).

b- Montrer que $q(t) = Q_m\sin(\boldsymbol{\omega_0 t + \varphi_q})$ peut être une solution de l'équation différentielle précédente . Donner l'expression de $\boldsymbol{\omega_0}$.

2°/ a- Montrer que le circuit (L,C) est conservatif et que son énergie totale est $E = \frac{1}{2C}$ Q_m^2.

b- Montrer que l'énergie électrique emmagasinée dans le condensateur en fonction de i^2 est de la forme $E_e = \frac{1}{2C}Q_m^2 - \frac{1}{2}L.i^2$.

c-L'étude expérimentale a permis de tracer les courbes de la figure-5-, donnant les variations de l'énergie
électrostatique $\mathbf{E_e}$ du condensateur en fonction de l'intensité **i** du courant (fig-5a) et de la tension $\mathbf{u_L}$ aux bornes de la bobine en fonction de la charge **q**. (fig-5b)
Justifier théoriquement l'allure de la courbe figure-5b- en établissant la relation entre $\mathbf{u_L}$ et **q**.



3°/- En exploitant ces deux courbes, déterminer :

a- L'inductance **L** de la bobine.

b- La capacité **C** du condensateur.

c- La pulsation propre $\boldsymbol{\omega_0}$ du circuit.

d- La charge maximale Q_m.
e-En déduire la f.e.m du générateur.

Exercice N°4 :

On réalise le circuit électrique comprenant :
- un générateur de tension idéal, de force électromotrice **E = 4 V**,
- un condensateur de capacité **C**, initialement déchargé,
- une bobine d'inductance **L** et de résistance **r**,
- deux résistors identiques de résistance commune **R = 1 kΩ**,
- un interrupteur **K**.

Ce circuit est schématisé sur la **figure-3-** où les sens positifs des courants d'intensités i_1 et i_2, respectivement dans les dipôles **RL** et **RC**, ont été représentés. À un instant **t = 0**, on ferme l'interrupteur

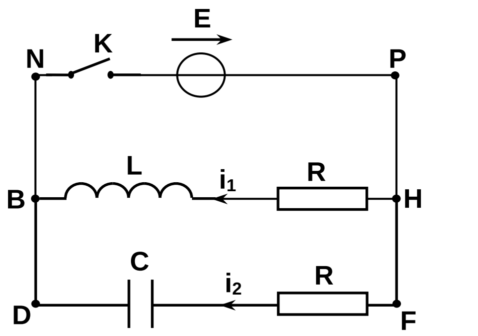


Figure-3-

K et on suit l'évolution dans le temps de l'intensité i_1 .On obtient le chronogramme de la **figure-4-** où la tangente à l'origine de la courbe a été également tracée.

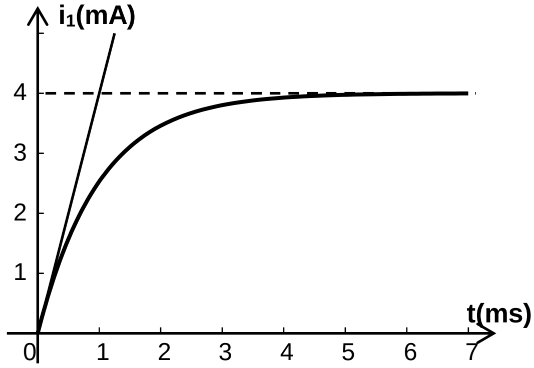


Figure-4-

1. **a-** Expliquer qualitativement l'allure de la courbe $i_1 = f(t)$ entre les instants **0** et **5 ms**.
   b- Par application de la loi des mailles à la portion **BHPN** du circuit, montrer que l'intensité I_1 du courant lorsque le régime permanent s'établit, s'écrit I_1 = **Error!**
   c- En déduire que la résistance de la bobine est nulle.
   d-Montrer graphiquement que **L = 1 H**.
2. **a -** Par application de la loi des mailles à la portion **DFPN** du circuit, montrer que la tension u_c aux bornes du condensateur obéit à l'équation différentielle : **Error! + Error! = Error!.**
   b- Cette équation différentielle admet une solution de la forme $u_c = A.(1 - e^{-t/\tau_2})$.
   Déterminer les expressions des constantes **A** et τ_2.
   c- Les constantes de temps τ_1 du dipôle **RL** et τ_2 du dipôle **RC** ont la même valeur.
   En déduire que la capacité **C** est égale à **1μF**.
3. Lorsque le régime permanent est établi, on ouvre l'interrupteur **K** à un instant choisi comme nouvelle origine des dates **t**.On enregistre à l'aide d'un oscilloscope numérique la charge **q** du condensateur et l'intensité $i = i_2$ du courant dans le circuit **BDFH**. On obtient les courbes de la **figure-5-.**

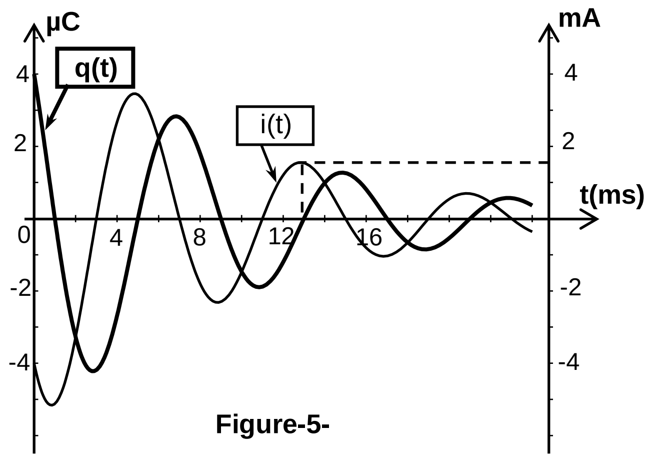
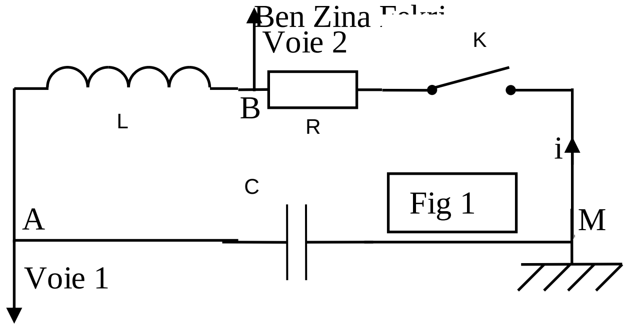


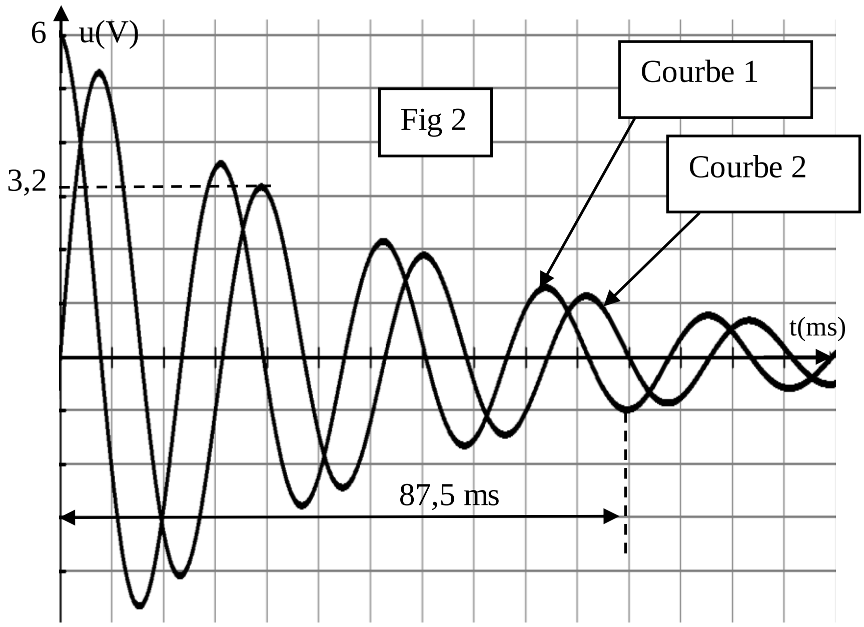
Figure-5-

a- Indiquer le sens de circulation du courant réel immédiatement après l'ouverture de l'interrupteur.
b- Pourquoi qualifie-t-on le régime d'oscillations de la charge **q,** de régime pseudopériodique et non périodique ?.
c- Ecrire l'expression de l'énergie totale du circuit **BDFH** en fonction de **L**, **C**, **q** et **i**. En déduire l'énergie dissipée par effet joule entre les instants **0** et $t_1 = 13$ **ms**.



Exercice N°5

On considère le circuit électrique de la figure 1 comportant un condensateur de capacité C=20 µF, une bobine d'inductance L et de résistance négligeable, un interrupteur K et un conducteur ohmique de résistance variable.
K étant ouvert et le condensateur est initialement chargé.
A la date $t_0=0$ on ferme K, on fixe R à 20 Ω.le circuit est alors le siège d'oscillations électriques. A l'aide d'un oscilloscope numérique branché comme l'indique la figure 1, on obtient les courbes 1 et 2 de la figure 2.



1- En justifiant la réponse, attribuer à chaque courbe la tension électrique correspondante.
2- a- Expliquer les termes soulignés : Oscillations électriques ***__libres__*** ***__amorties__***.
b- De quel régime s'agit-il ?
   a- Déterminer graphiquement
- la pseudo période T.
- La valeur de l'intensité du courant à la date t_1 = **Error!**. Quel est le sens réel du courant ? Comment se comporte le condensateur entre les dates t=T et t_1 ?

3- A- Etablir l'équation différentielle régissant les variations de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur au cours du temps.
   b- Donner l'expression de l'énergie électromagnétique E du circuit.
   b- Montrer que E diminue au cours du temps. Interpréter cette diminution.
   c- Calculer la valeur de E à la date $t_1=3{,}5T$.
   d- Déduire la valeur de l'énergie W dissipée par effet joule dans le résistor R entre les instants $t_0=0s$ et $t_1=3{,}5T$.
4- Les graphes 1, 2 et 3 correspondent à trois valeurs différentes de la résistance R notées respectivement R_1, R_2 et R_3.
a- Comparer ces résistances .
b- Nommer le régime dans chaque cas.
c- Lun des graphes correspond au passage le plus rapide de la tension u_C de sa valeur maximale à sa valeur nulle sans effectuer d'oscillations. Lequel ?