

Filtre électrique

Exercice N°1

On considère un filtre électrique RC constitué d'un résistor de résistance R et d'un condensateur de capacité $C=0,47\mu\text{F}$.

Lorsqu'on applique à l'entrée du filtre une tension sinusoïdale $u_E(t)=U_{Em}\sin(2\pi Nt)$ de fréquence N réglable, on obtient à la sortie une tension $u_S(t)=U_{Sm}\sin(2\pi Nt+\varphi_S)$.

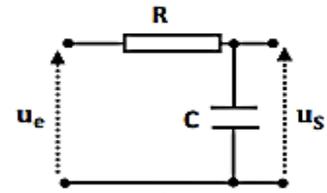
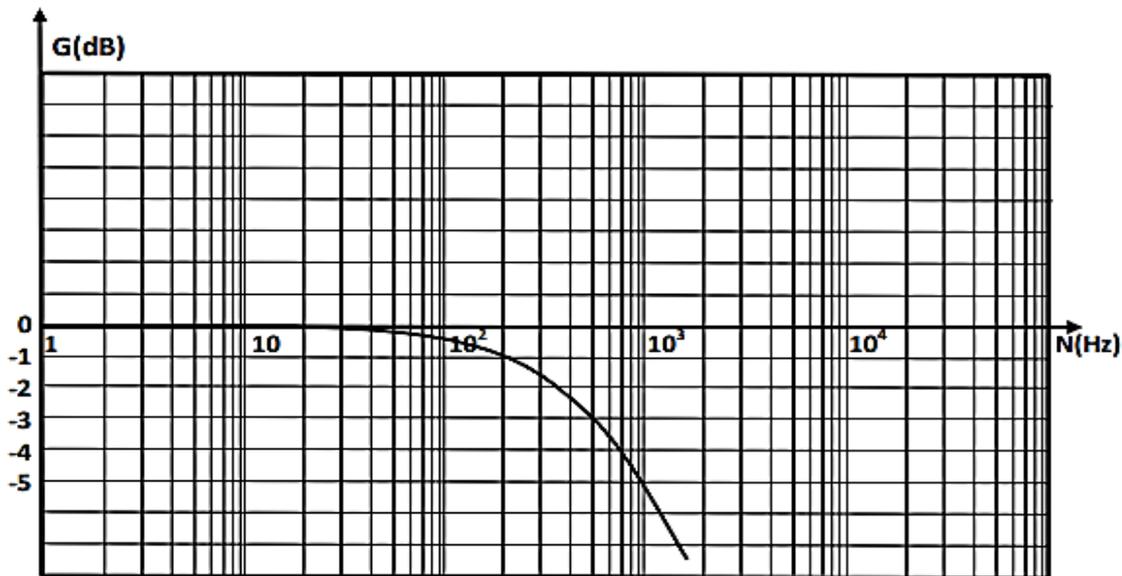
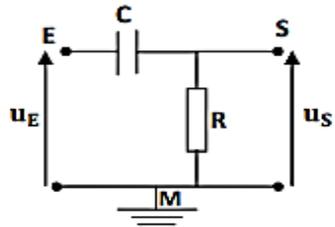


Fig. 1

1. a. En appliquant la loi des mailles, établir l'équation différentielle régissant la tension $u_S(t)$.
- b. Faire la construction de Fresnel relative à cette équation différentielle.
- c. Déterminer l'expression de la transmittance T en fonction de R , C et N .
- d. En déduire que le gain de ce filtre s'écrit : $G = -10\log(1 + (2\pi NRC)^2)$.
2. La courbe suivante représente l'évolution du gain G du filtre en fonction de la fréquence N .



- a. Déterminer graphiquement :
 - la valeur maximale G_0 du gain G .
 - la fréquence de coupure N_C .
 - la largeur de la bande passante.
- b. On applique à l'entrée de ce filtre une tension électrique $u_E(t)=9\sin(800\pi t)$.
 - b₁. Indiquer, en justifiant, si cette tension sera transmise ou non.
 - b₂. Si oui, calculer la valeur maximale U_{Sm} de la tension transmise ?
3. a. Etablir l'expression de la fréquence de coupure N_C de ce filtre en fonction de R et C .
- b. Calculer la valeur de la résistance R .
4. Sans modifier la valeur de R , faut-il augmenter ou diminuer la valeur de C pour que la bande passante du filtre soit plus large ? Justifier.



Filtre (F)

A l'entrée du filtre (F) schématisé ci-contre, on applique une tension sinusoïdale $u_E(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt)$ de valeur maximale U_{Em} constante, et de fréquence N réglable.

La tension de sortie du filtre est $u_S(t) = U_{Em} \sin(2\pi Nt + \varphi)$.

A/ Etude théorique :

- 1) a- Définir un filtre électrique.
- b- Indiquer la différence entre un filtre passe-bas et un filtre passe-haut.

2) La transmittance T du filtre ainsi réalisée est $T = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2}}}$

a- Montrer que le gain du filtre s'écrit : $G = -10 \log(1 + \frac{1}{(2\pi NRC)^2})$.

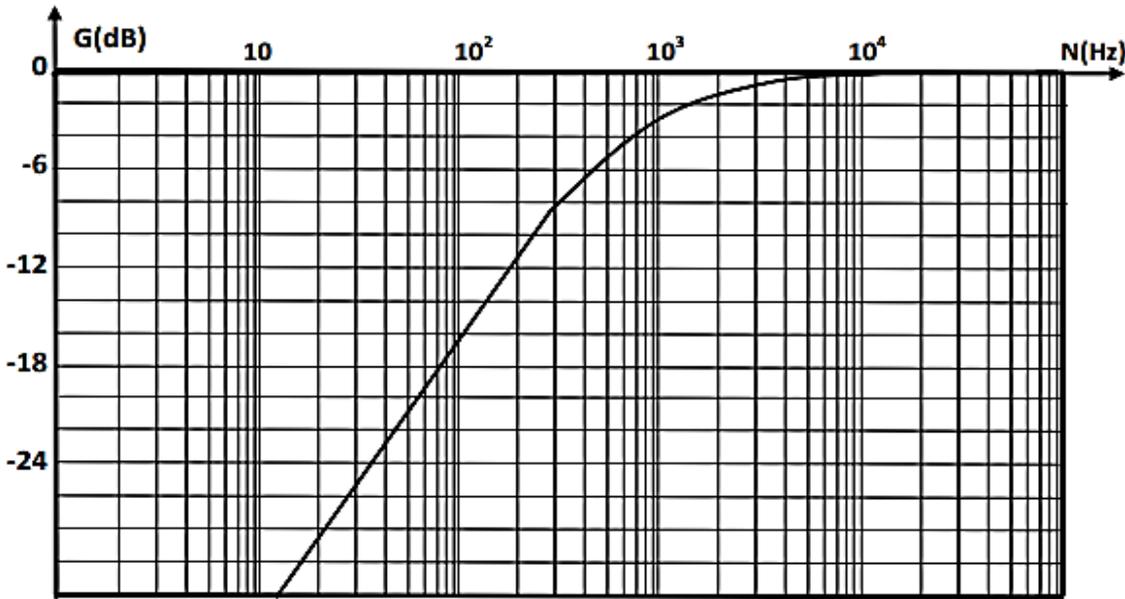
b- Montrer que la valeur maximale G_0 du gain du filtre est nulle ($G_0 = 0$ dB).

3) a- Quelle condition doit satisfaire le gain G pour que le filtre soit passant ?

b- Montrer que la fréquence de coupure du filtre est : $N_C = \frac{1}{2\pi RC}$

B/ Etude expérimentale :

Pour une tension maximale U_{Em} donnée, l'évolution du gain G du filtre en fonction de la fréquence N est donnée par le graphique ci-dessous :



- 1) a- Montrer que le filtre (F) est passif.
- b- Déterminer graphiquement la valeur de sa fréquence de coupure N_c .
- c- En déduire la bande passante du filtre. Ce filtre est-il passe-haut ou passe-bas ?
- d- Déterminer la valeur de la capacité C . On donne $R = 500 \Omega$.
- 2) On applique à l'entrée du filtre, deux signaux (S_1) et (S_2) de fréquences respectives : $N_1 = 600$ Hz et $N_2 = 2000$ Hz.
 - a- Préciser, en le justifiant, lequel des deux signaux est transmis.
 - b- On garde le condensateur précédent de capacité C , et on remplace le conducteur ohmique de résistance R par un autre de résistance $R' = 2R$. Justifier que les deux signaux (S_1) et (S_2) sont transmis.

Le montage du filtre électrique (F), schématisé par la Figure 4 est constitué d'un conducteur ohmique, de résistance $R = 150 \Omega$, et d'un condensateur de capacité C .

Un générateur basse fréquence, délivrant une tension sinusoïdale d'amplitude constante $U_{E\max} = 4 \text{ V}$ et de fréquence N réglable, alimente l'entrée du filtre (F).

Les tensions d'entrée et de sortie sont respectivement :

$$u_E(t) = U_{E\max} \sin(2\pi Nt) \text{ et } u_S(t) = U_{S\max} \sin(2\pi Nt + \varphi).$$

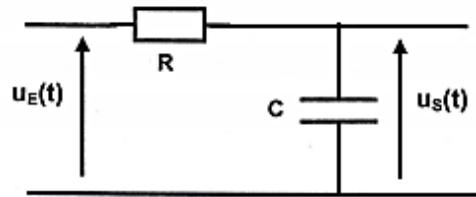


Figure 4

- 1) Le filtre (F) permet-il d'amplifier la tension d'entrée ? Justifier.
- 2) L'expression de la transmittance T de ce filtre s'écrit : $T = \frac{1}{\sqrt{1 + (2\pi NRC)^2}}$
 - a- Préciser le comportement du filtre (F) pour les faibles et pour les hautes fréquences.
 - b- En déduire sa nature (passe-bas, passe-haut ou passe-bande).
- 3) a- Montrer que le gain G du filtre est donné par la relation suivante : $G = -10 \log [1 + (2\pi NRC)^2]$.
On rappelle que $G = 20 \log T$.
 - b- Donner la condition que doit satisfaire le gain G pour que le filtre soit passant.
 - c- En déduire que la fréquence de coupure N_c du filtre est : $N_c = \frac{1}{2\pi RC}$
- 4) Une étude expérimentale a permis de tracer la courbe d'évolution du gain G en fonction de la fréquence N (voir Figure 5).
 - a- Déterminer graphiquement la valeur de N_c .
 - b- En déduire la valeur de la capacité C du condensateur.
 - c- Pour $N = N_c$, préciser l'indication d'un voltmètre branché à la sortie du filtre (F).

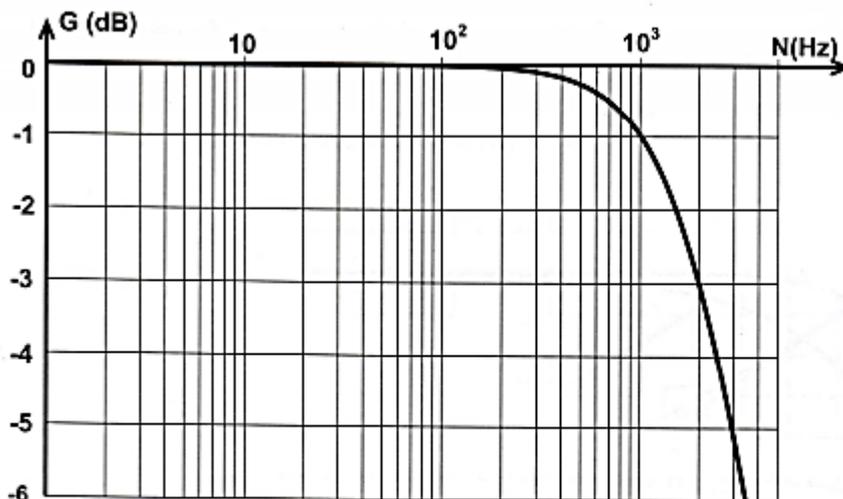


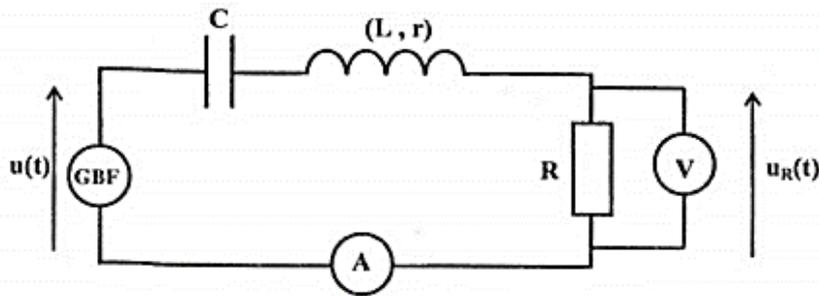
Figure 5

- 5) A l'entrée du filtre (F), on applique un signal (S) de fréquence $N = 3000 \text{ Hz}$.
 - a- Vérifier que ce signal n'est pas transmis par le filtre.
 - b- Sans faire varier les valeurs de R et de C , préciser la modification qu'il faudrait apporter au filtre représenté par la Figure 4 pour que (S) soit transmis. Justifier la réponse.

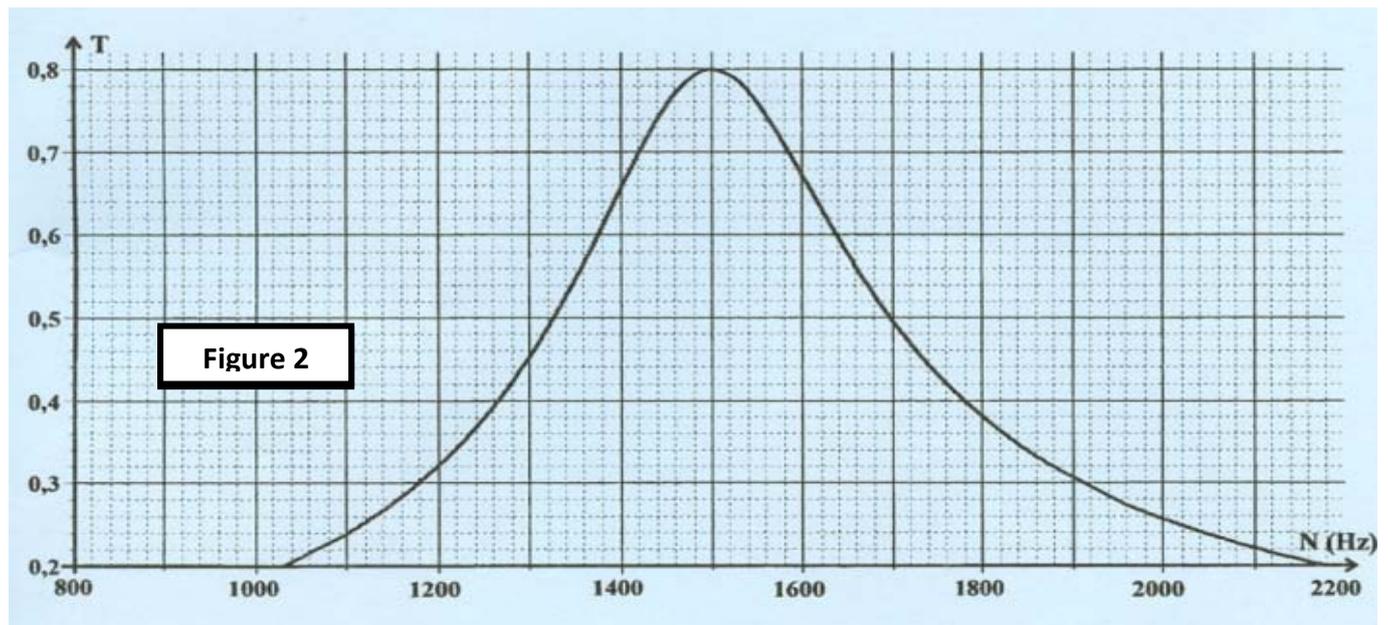


Au laboratoire, on dispose d'une bobine d'inductance L et de résistance r , d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R . On dispose également, d'un voltmètre, d'un ampèremètre et d'un générateur basses fréquences (GBF) délivrant une tension sinusoïdale $u(t)$ de valeur efficace $U = 4 \text{ V}$ et de fréquence N réglable.

Pour déterminer les valeurs de R , r , L et C , on réalise le filtre électrique schématisé dans la Figure 1



On fait varier la fréquence N de la tension sinusoïdale et on relève à l'aide d'un voltmètre branché aux bornes du conducteur ohmique U_R ; la tension efficace U_R . Les mesures permettent de tracer la courbe de la figure 2 traduisant l'évolution de la transmittance $T = \frac{U_R}{U}$ en fonction de la fréquence.



Au cours de l'expérience, on constate que l'intensité efficace du courant parcourant le circuit passe par un maximum $I_0 = 53,3 \text{ mA}$, pour une valeur particulière N_0 de la fréquence N du (GBF).

On rappelle qu'un filtre est passant lorsque sa transmittance T vérifie la condition : $T \geq \frac{T_0}{\sqrt{2}}$; où T_0 est la valeur maximale de T .

- 1- Définir un filtre électrique.
- 2- Préciser, pour $N = N_0$, le phénomène dont le circuit est le siège.
- 3- a- Montrer que la transmittance T est maximale pour $N = N_0$.
b- Déterminer graphiquement les valeurs de T_0 et N_0 .
c- En déduire que $R = 60 \Omega$.

4- a- Montrer que : $T_0 = \frac{R}{R+r}$.

b- En déduire la valeur de r .

5- a- Déterminer graphiquement, la (ou les) fréquence(s) de coupure du filtre étudié.

b- En déduire la nature de ce filtre (passe-bas, passe-haut ou passe-bande).

6- a- Calculer la valeur du facteur de qualité Q du filtre étudié, sachant qu'il s'exprime par : $Q = \frac{N_0}{\Delta N}$;

ΔN étant la largeur de la bande passante du filtre.

b- Exprimer Q en fonction de r , R , N_0 et L . En déduire la valeur de l'inductance L .

c- Déterminer la valeur de la capacité C .