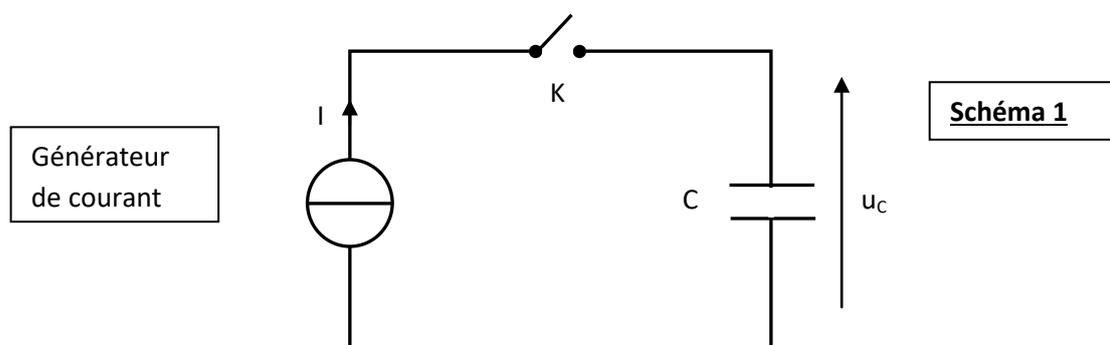


## I. Etude d'un supercondensateur

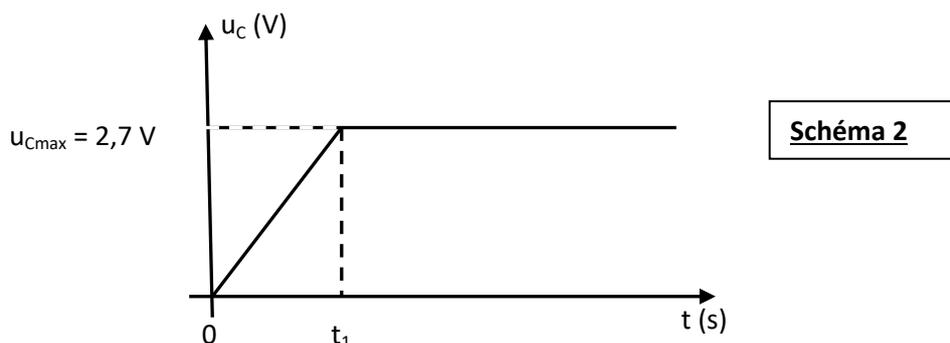
- Le but de cet exercice est d'étudier le supercondensateur pouvant intervenir dans automobile « tout électrique » ou à dans une motorisation hybride mettant en jeu une pile à combustible..
- Un supercondensateur est un condensateur de technologie particulière permettant de stocker une quantité d'énergie beaucoup plus élevée qu'un condensateur électrolytique classique. Il permet de plus de la restituer plus rapidement qu'un accumulateur électrochimique.
- Un supercondensateur est donc idéal pour stocker de l'énergie lors d'un freinage et la restituer, par exemple, lors d'une phase d'accélération.
- Les caractéristiques du supercondensateur étudié, données à une température de 25°C par le fabricant, sont fournies ci-dessous :
  - Capacité : 2600 F
  - Tension nominale : 2,7 V
  - Masse : 500 g
  - Énergie massique du condensateur chargé sous une tension de 2,7 V : 19 kJ.kg<sup>-1</sup>

### 1. Charge du condensateur à courant constant

- On réalise le circuit ci-dessous :

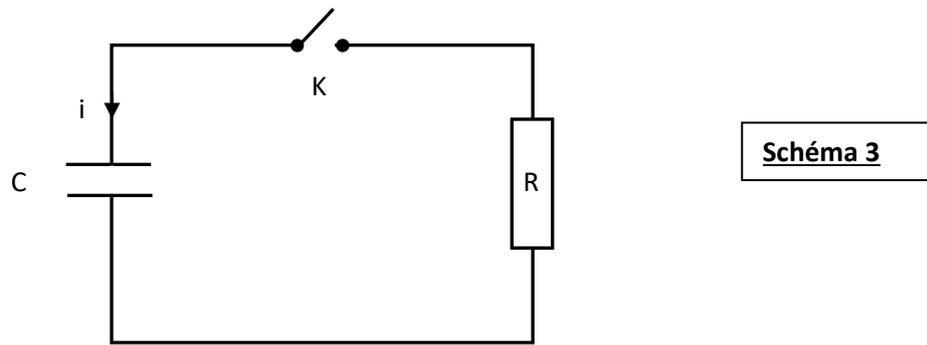


- À l'instant  $t = 0$  s, on ferme l'interrupteur K. On charge alors ce condensateur à l'aide d'un générateur de courant qui permet de délivrer une intensité constante  $I = 10$  A puis on ouvre l'interrupteur à un instant  $t = t_1$ .
- Un système d'acquisition permet de visualiser la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur en fonction du temps.
- On obtient la courbe suivante :



- 1.1. Sur **le schéma 1** du montage électrique, indiquer les branchements à réaliser pour visualiser la tension aux bornes du condensateur (voie 1 et masse).
  - 1.2. Exprimer  $u_C$  en fonction de  $C$  et de la charge  $q$  du condensateur.
  - 1.3. Exprimer  $t$  en fonction de  $C$ ,  $u_C$  et  $I$  lorsque  $0 \leq t \leq t_1$ .
  - 1.4. À l'aide de la courbe **schéma 2**, calculer  $t_1$ .
  - 1.5. Exprimer puis calculer l'énergie emmagasinée par le condensateur lorsque la tension à ses bornes est de 2,7 V.
  - 1.6. Le résultat est-il en accord avec les caractéristiques données par le fabricant ? Justifier.
- ### 2. Décharge du condensateur

- Le condensateur étant chargé sous une tension de 2,7 V, on réalise le circuit suivant pour étudier sa décharge à travers un conducteur ohmique de résistance  $R = 1,0 \Omega$  :



- A l'instant  $t = 0$  s, on ferme l'interrupteur K. On visualise, à l'aide du système d'acquisition, l'évolution de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.
- Sur **le schéma 3**, en utilisant la convention récepteur, représenter les tensions  $u_C$  aux bornes du condensateur et  $u_R$  aux bornes du conducteur ohmique.
  - Établir l'équation différentielle vérifiée par  $u_C$ , donnée ci-contre :  $RC \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$
  - Par une équation aux dimensions, montrer que le produit  $RC$  est homogène à un temps.
  - La solution de l'équation différentielle précédente est de la forme  $u_C = A + B.e^{-t/RC}$  où A et B sont des constantes.  
A partir de la condition initiale, trouver une relation entre A et B.  
Quelle est la valeur de  $u_C$  lorsque le condensateur est déchargé ?  
En déduire les valeurs de A et B.
  - La courbe représentant l'évolution de la tension  $u_C$  aux bornes du condensateur en fonction du temps est donnée sur **le schéma 4**  
Déterminer, par la méthode de la tangente, la constante de temps du circuit  $\tau_1$ .
  - Par une autre méthode graphique qui doit apparaître sur **le schéma 4**, déterminer la constante de temps notée  $\tau_2$ .
  - Calculer la valeur théorique de la constante de temps  $\tau$ . Des deux méthodes graphiques précédentes, quelle est celle qui vous semble la plus précise ?

## Annexe Etude d'un supercondensateur

Schéma 1

Générateur  
de courant

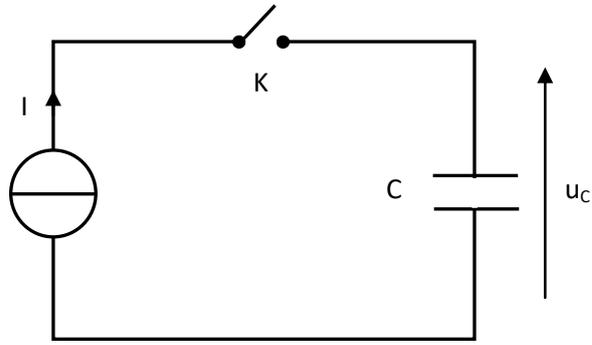
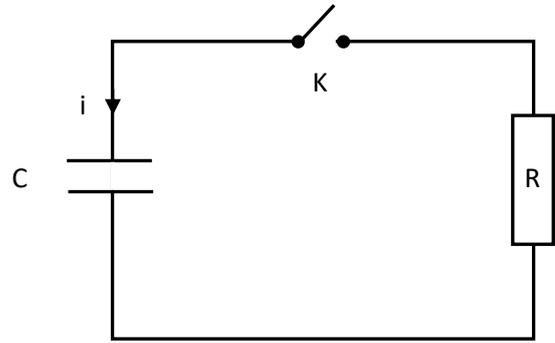
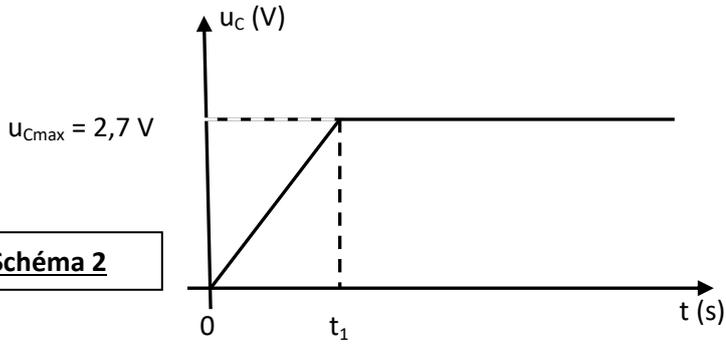


Schéma 2



II.

Schéma 3

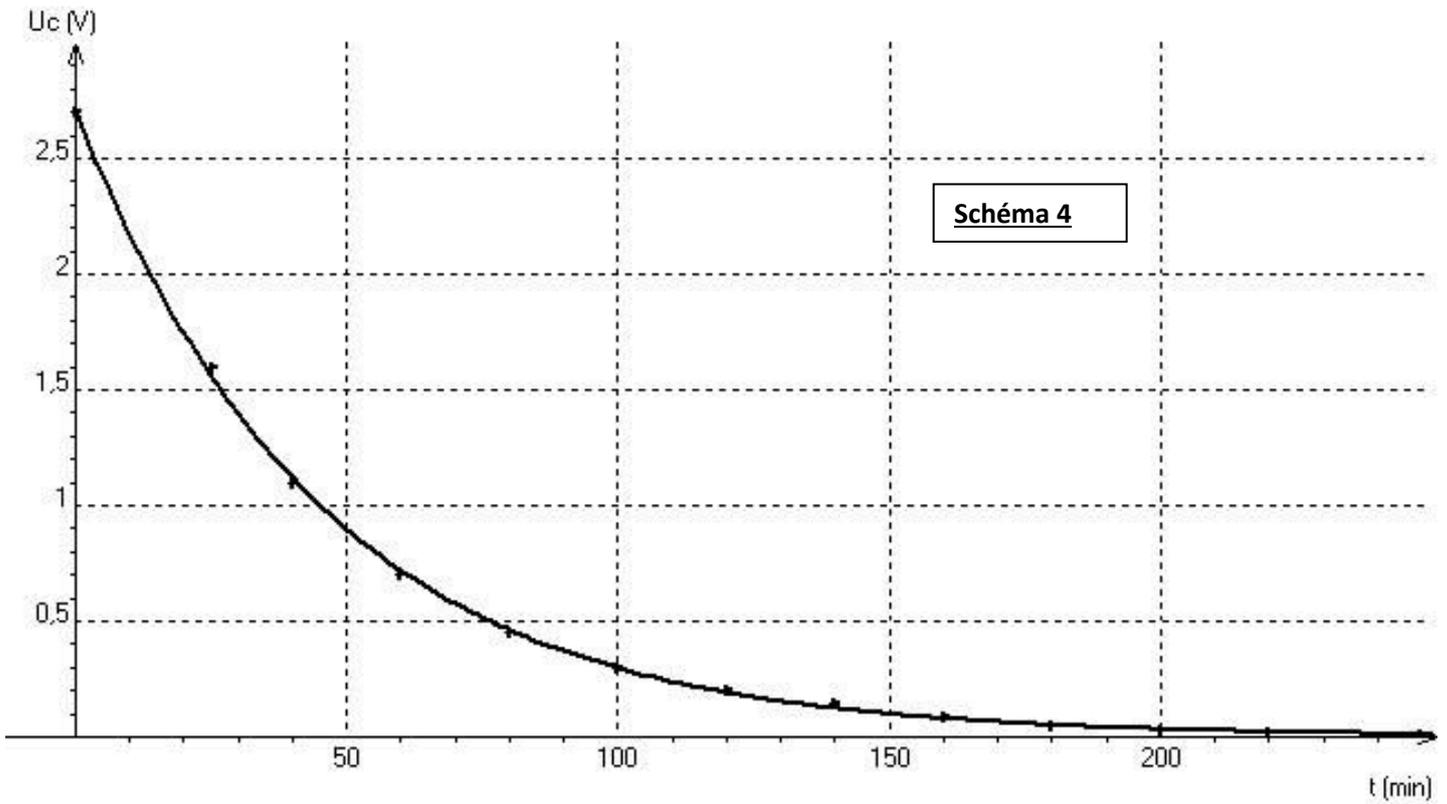


Schéma 4

## II. Dosage de l'acide lactique

- Un lait frais ne contient pas d'acide lactique. En vieillissant, le lactose présent dans le lait se transforme en acide lactique, noté par la suite HA.
- On dose l'acide lactique, considéré comme le seul acide présent dans le lait étudié, par une solution d'hydroxyde de sodium :  $\text{Na}^+_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})}$  (soude) de concentration  $C_B = 5,00 \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$ .
- On prélève un volume  $V_A = 20,0 \text{ mL}$  de lait que l'on place dans un bécher et on suit l'évolution du pH en fonction du volume  $V_B$  de soude versé.

Écrire l'équation de la réaction qui se produit lors du mélange. Quelles caractéristiques doit présenter cette réaction pour être adaptée à un dosage ?

Exprimer puis calculer la constante de réaction K correspondante. La réaction est-elle totale ?

**Données** : produit ionique de l'eau :  $\text{p}K_E = 14,0$  ;  
couples acide/base :  $\text{H}_3\text{O}^+/\text{H}_2\text{O}$  :  $\text{p}K_{A2} = 0,0$  ;  $\text{HA}_{(\text{aq})}/\text{A}^-_{(\text{aq})}$  :  $\text{p}K_{A3} = 3,9$

- On obtient les valeurs données dans le tableau suivant :

$V_B$ (mL)	0	2,0	4,0	6,0	8,0	10	11	11,5	12	12,5	13	14	16
pH	2,9	3,2	3,6	3,9	4,2	4,6	4,9	6,3	8,0	10,7	11,0	11,3	11,5

En utilisant un diagramme de prédominance, déterminer quelle est, entre  $\text{HA}_{(\text{aq})}$  et  $\text{A}^-_{(\text{aq})}$  l'espèce chimique prédominante au début du dosage.

Pour quel volume de soude versé,  $\text{HA}_{(\text{aq})}$  et  $\text{A}^-_{(\text{aq})}$  sont-elles présentes en quantités égales ?

L'évolution du pH en fonction du volume de soude versé  $V_B$  est représentée

En utilisant la méthode des tangentes, déterminer le volume à l'équivalence  $V_{BE}$ .

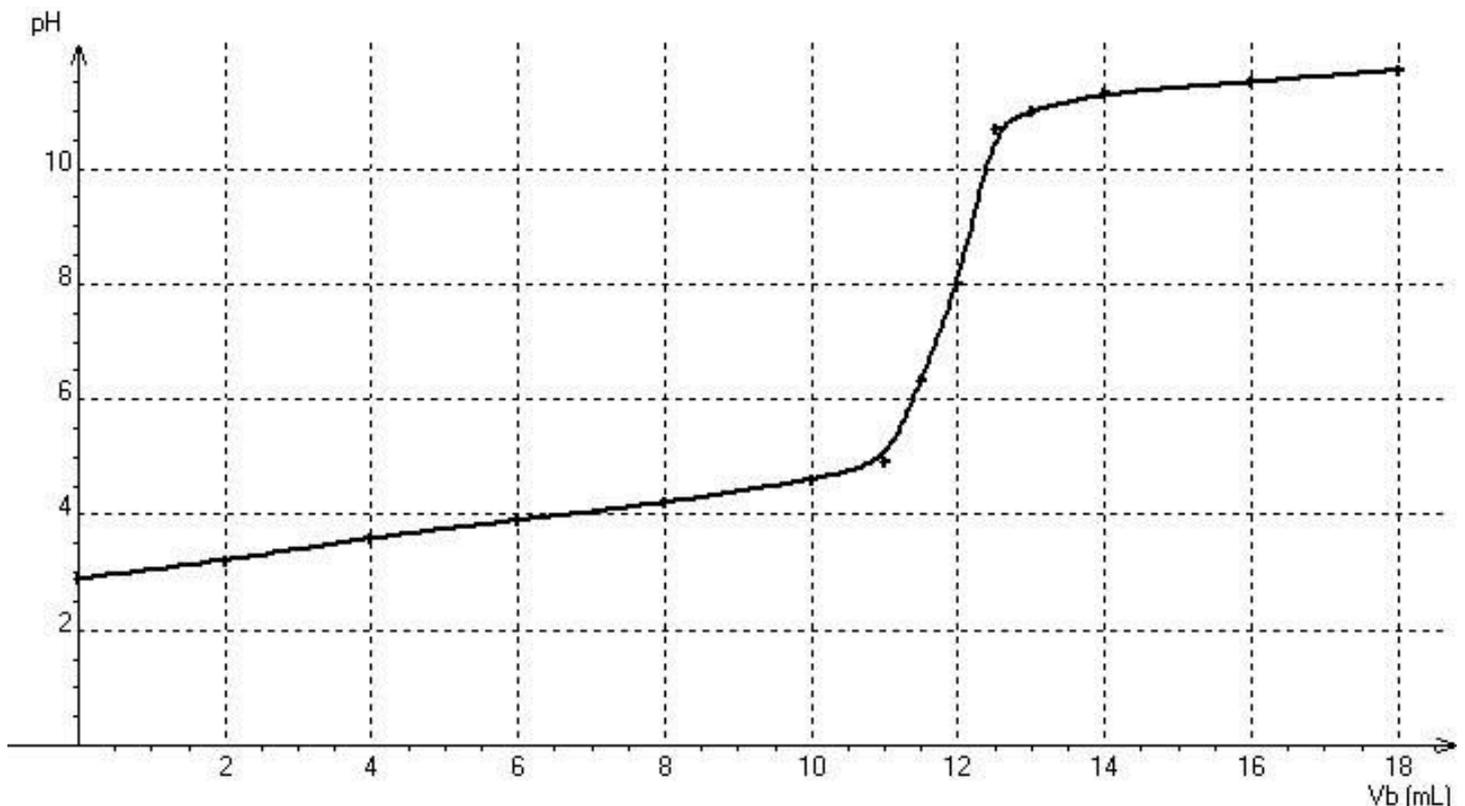
En déduire la quantité de matière d'acide lactique présente dans le volume  $V_A$  de lait.

On considère qu'un lait frais a une concentration en acide lactique inférieure à  $1,8 \text{ g.L}^{-1}$ .

Quelle est la masse d'acide lactique présente dans un litre de lait ? Conclure ?

**Donnée** : masse molaire moléculaire de l'acide lactique :  $M(\text{HA}) = 90 \text{ g.mol}^{-1}$

Donner le montage de Dosage

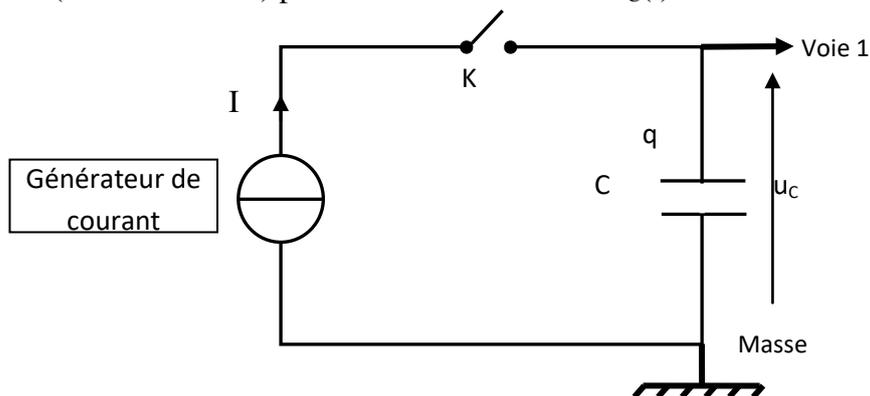


## Correction

### I. Étude du supercondensateur

#### Charge du condensateur à courant constant

Branchements (voie 1 et masse) pour visualiser la tension  $u_C(t)$  aux bornes du condensateur :



Tension aux bornes du condensateur :  $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$  (1).

Le générateur de courant délivre une intensité **I constante** lorsque  $0 \leq t \leq t_1$ .

Or  $I = \frac{dq}{dt}$  avec I constante, donc :  $q(t) = I.t + Cte$ .

Le condensateur étant initialement déchargé  $q(0) = 0$  soit  $0 = I \times 0 + Cte$  d'où  $Cte = 0$  ainsi  $q(t) = I.t$  (2). Par ailleurs, de l'expression (1) il vient :  $q(t) = C.u_C(t)$

En reportant l'expression précédente dans (2) :  $C.u_C(t) = I.t$

Finalement :  $t = \frac{C.u_C(t)}{I}$

Pour  $t = t_1$ ,  $u_C(t_1) = u_{Cmax} = 2,7$  V.

$$t_1 = \frac{C.u_C(t)}{I} ; t_1 = \frac{2600 \times 2,7}{10}$$

$t_1 = 702$  s =  **$7,0 \times 10^2$  s** avec deux chiffres significatifs

Énergie emmagasinée par le condensateur lorsque

$$u_C = u_{Cmax} = 2,7$$
 V :

$$E_e = \frac{1}{2}.C. (u_{Cmax})^2 ; E_e = \frac{1}{2} \times 2600 \times (2,7)^2 = 9477$$
 J =  **$9,5 \times 10^3$  J**.

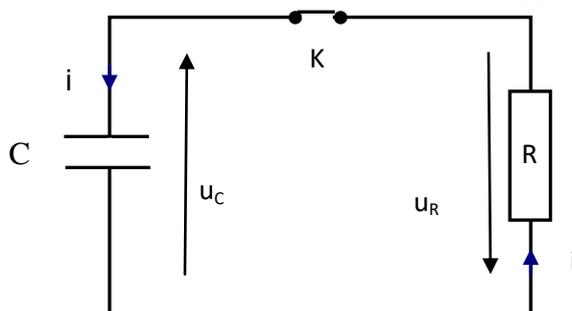
L'énergie massique  $E_{em}$  est :  $E_{em} = \frac{E_e}{m}$ . En exprimant la masse m en kg, il vient :

$$E_{em} = \frac{E_e}{m} = \frac{9,5.10^3}{0,500} = 1,9 \times 10^4$$
 J.kg<sup>-1</sup> = **19 kJ.kg<sup>-1</sup>**

Le résultat est bien en accord avec la caractéristique donnée par le fabricant.

#### Décharge du condensateur

En convention récepteur, les « flèches tensions » sont de sens opposé à la « flèche intensité » ainsi :



Avec l'interrupteur K fermé (tension aux bornes de l'interrupteur K fermée nulle), la loi d'additivité des tensions donne :  $u_C(t) + u_R(t) = 0$  (3)

Or  $i(t) = \frac{dq}{dt}$  et  $q(t) = C.u_C(t)$  donc  $i(t) = C \frac{du_C}{dt}$  car C = constante

Loi d'Ohm :  $u_R(t) = R \cdot i(t) = R \cdot C \frac{du_C}{dt}$

En reportant l'expression précédente dans (3), il vient :  $u_C(t) + R \cdot C \frac{du_C}{dt} = 0$

Loi d'Ohm :  $u_R = R \cdot i$  donc la dimension de R est :  $[R] = \frac{[u]}{[i]}$

Et :  $i(t) = C \frac{du_C}{dt}$  soit  $C = \frac{i}{(\frac{du_C}{dt})}$  donc la dimension de C est :  $[C] = \frac{[i]}{[\frac{u}{t}]} = \frac{[i] [t]}{[u]}$

Ainsi :  $[RC] = [R] \times [C] = \frac{[u]}{[i]} \times \frac{[i] [t]}{[u]} = [t]$ . Le produit RC est bien homogène à un temps.

Solution de l'équation différentielle :  $u_C(t) = A + B \cdot e^{-t/RC}$  A et B sont des constantes.

Initialement le condensateur est chargé sous la tension  $u_C(0) = 2,7$  V.

Donc  $u_C(0) = 2,7 = A + B \cdot e^0$  soit : **A + B = 2,7.**

Lorsque le condensateur est déchargé, pour  $t \rightarrow \infty$ ,  $u_C = 0$  V.

Donc  $u_C(\infty) = 0 = A + 0$  (car  $e^{-\infty} = 0$ ). Finalement : **A = 0** et **B = 2,7**

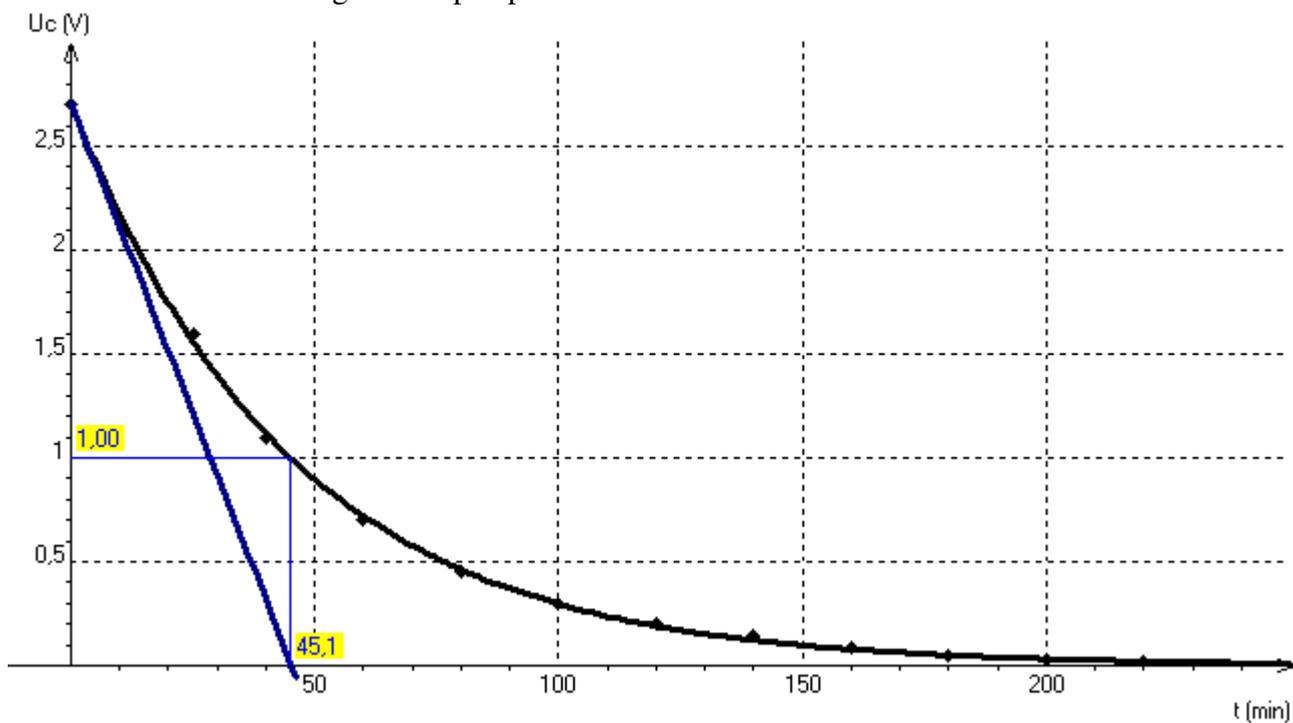
Soit  $\tau = R \cdot C$  la constante de temps du circuit. Voir la détermination graphique ci-après.

Méthode du condensateur chargé à 37 % ( $u_C(\tau) = u_{Cmax} \times e^{-1} \approx u_{Cmax} \times 0,37$ ) :

on calcule  $0,37 \times u_{Cmax} = 0,37 \times 2,7 = 1,0$  V ; on trace la droite horizontale d'équation  $u = 1,0$  V qui coupe le graphe  $u_C(t)$  en un point d'abscisse égale à  $\tau$ .  $\tau \approx$  **45 min.**

Par le calcul :  $\tau = R \cdot C = 1,0 \times 2600 = 2600$  s = **43 min.**

La méthode de la tangente est peu précise.

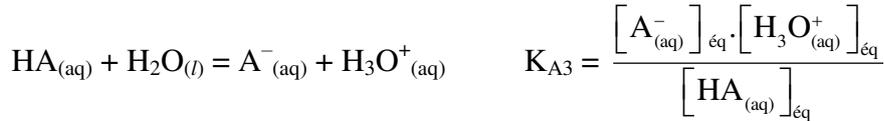


## II. Analyse d'un lait Dosage de l'acide lactique

$\text{HA}_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})} = \text{A}^-_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$  ; Cette réaction doit être **rapide** et **totale**.

$$K = \frac{[\text{A}^-_{(\text{aq})}]_{\text{éq}}}{[\text{HA}_{(\text{aq})}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HO}^-_{(\text{aq})}]_{\text{éq}}} ; \text{ le produit ionique de l'eau } K_E = [\text{H}_3\text{O}^+_{(\text{aq})}] \cdot [\text{HO}^-_{(\text{aq})}]$$

L'équation de la réaction entre l'acide lactique et l'eau qui correspond au couple  $\text{HA}_{(\text{aq})}/\text{A}^-_{(\text{aq})}$



Reprenons l'expression de K en la multipliant par  $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}$  au numérateur et au dénominateur

$$K = \frac{K_{A3}}{K_{A1}} = \frac{10^{-pK_{A3}}}{10^{-pK_{A1}}} = 10^{pK_{A1} - pK_{A3}} \text{ d'où } K = 10^{14 - 3,9} = 10^{10,1} = 1,3 \times 10^{10}$$

Dans l'état d'équilibre  $[\text{HA}_{(\text{aq})}]$  est très très faible. Comme cette concentration est au dénominateur, K est très élevée. Donc la réaction est bien **totale** :  $\text{HA}_{(\text{aq})}$  est quasiment totalement consommé.

Au début du dosage, le pH est de 2,9 ; l'espèce prédominante est alors  $\text{HA}_{(\text{aq})}$ .

$$\text{On a } \text{pH} = \text{pK}_{A3} + \log \frac{[\text{A}^-_{(\text{aq})}]_{\text{éq}}}{[\text{HA}_{(\text{aq})}]_{\text{éq}}} ; \text{ Si les espèces } \text{HA}_{(\text{aq})} \text{ et } \text{A}^-_{(\text{aq})} \text{ sont présentes en quantités égales alors } [\text{A}^-_{(\text{aq})}]_{\text{éq}} = [\text{HA}_{(\text{aq})}]_{\text{éq}} \text{ donc } \text{pH} = \text{pK}_{A3} ; \text{ Le tableau pour un pH} = 3,9 \text{ donne } V_B = 6,0 \text{ mL.}$$

La méthode des tangentes donne  $V_{BE} = 12,0 \text{ mL}$ . A l'équivalence les réactifs sont introduits dans les proportions stoechiométriques, on a versé autant d'ions  $\text{HO}^-$  qu'il y avait initialement de molécules de HA.  $n_{\text{HA}} = n_{\text{HO}^-}$  soit  $n_{\text{HA}} = C_B \cdot V_{BE}$  ;  $n_{\text{HA}} = 5,00 \times 10^{-2} \times 12,0 \times 10^{-3} = 6,00 \times 10^{-4} \text{ mol d'acide lactique dans un volume } V_A = 20,0 \text{ mL de lait.}$

La concentration massique en acide lactique du lait :  $t_{\text{HA}} = \frac{m_{\text{HA}}}{V_A} = \frac{n_{\text{HA}} \times M(\text{HA})}{V_A}$

$$t_{\text{HA}} = \frac{6,00 \cdot 10^{-4} \times 90}{20,0 \cdot 10^{-3}} = 2,7 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} > 1,8 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1} \text{ donc le lait n'est pas frais.}$$

