

Série d'exercices(nombres complexes) 3^{ème}sc-exp

EXERCICE N°1

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{U}; \vec{V})$. On considère les points A et B d'affixes respectives : $Z_A = 2i$ et $Z_B = -i$. A tout point M(z) du plan privé du point A on associe le point M' d'affixe $Z' = \frac{z}{2+iz}$.

1) Donner la forme cartésienne de Z' lorsque $Z' = 2+i$. Donner la forme cartésienne de Z lorsque $Z' = 1-i$.

2) Déterminer l'ensemble $E = \{M(Z) \text{ tel que } Z' \in \mathbb{R}\}$.

3) a) Montrer que pour tout $Z \neq 2i$ on a : $(Z'+i)(Z-2i) = 2$

b) En déduire l'ensemble des points M' lorsque M varie sur le cercle (C) de centre A et de rayon 1.

4) Déterminer l'ensemble $F = \{M(Z) \text{ tel que } |Z - 2i| = \sqrt{2}\}$.

EXERCICE N°2

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{U}; \vec{V})$. On désigne par les points A et B d'affixes respectives $Z_A = -1-i$; $Z_B = -1+i\sqrt{3}$ et $Z_C = \sqrt{3}-i$

1) a) Montrer que le triangle ABC est isocèle et rectangle.

b) Déterminer l'affixe du point D pour que ABCD soit un parallélogramme.

2) a) Ecrire Z_A et Z_B sous forme trigonométrique.

b) Ecrire le nombre complexe $\frac{Z_A}{Z_B}$ sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique .

c) Déduire la valeur de $\cos \frac{7\pi}{12}$ et $\sin \frac{7\pi}{12}$.

EXERCICE N°3

Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(O; \vec{U}; \vec{V})$.

1) a) Résoudre dans \mathbb{C} l'équation $Z^2 = -4$.

b) En déduire l'ensemble des solutions de l'équation $Z^2 - 4z + 8 = 0$.

2) Soit C et D d'affixes $Z_D = (1+i)(1+i\sqrt{3})$ et $Z_C = (1-i)(1+i\sqrt{3})$

a) Donner la forme algébrique de $\frac{Z_D}{Z_C}$.

b) Donner la nature du triangle ODC

Bouzouraa.Anis