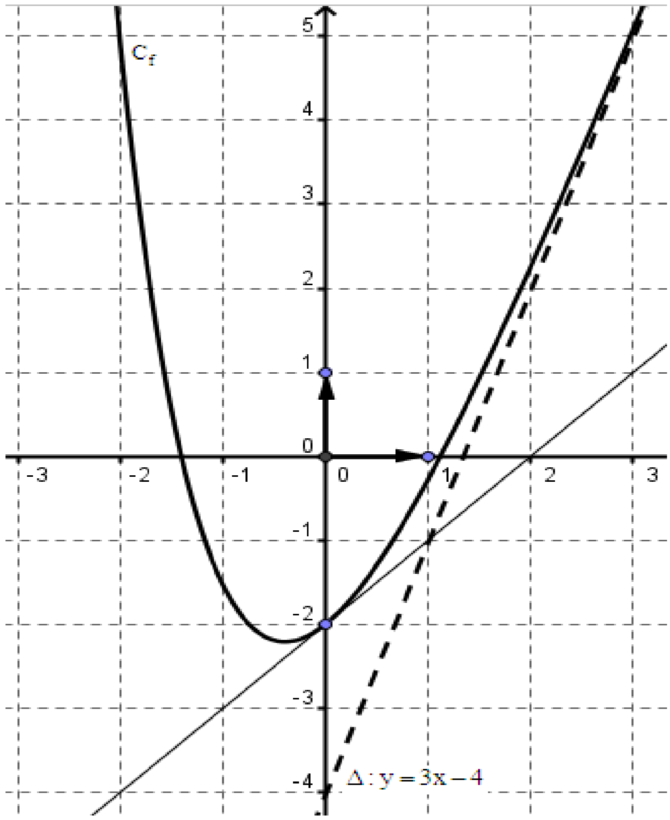
| LYCÉE ECHEBBI | Bac blanc MATHÉMATIQUE | CLASSE4T |
|---|---|---|
| PROF : DK AHMED | | Duré 3h |

## EXERCICE N1(4points)

*Soit la fonction $f$ définie sur R dont la courbe représentative $C_f$*




1) *Déterminer graphiquement*

$f(0)$ ; $f'(0)$ ; $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ *et*

$\lim_{x\to+\infty}(f(x) - 3x)$

2) *On admet que*

$f(x) = 2e^{-x} + ax + b$

*Ou $a$ et $b$ sont deux nombres réels*

a) *Déterminer $f'(x)$*

b) *Déterminer les valeurs de $a$ et $b$*

*et en déduire l'expression de $f(x)$*

3) *Soit $f$ définie sur R par :*

$f(x) = 2e^{-x} + 3x - 4$

a) *Calculer $\lim_{x\to+\infty} f(x)$*

*et* $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

b) *Démontrer que la droite*

$\Delta: y = 3x - 4$

*est une asymptote à la courbe*

*Représentative $C_f$ au voisinage de $(+\infty)$*

c) *Dresser le tableau de variations de $f$*

## Exercice n°2 (5 points)

1) *un candidat prépare un examen de 7 matières dont 4 fondamentales et 3 options. Le candidat a révisé 3 matières fondamentales et 2 options .Chaque matière comporte un seul sujet*

*le candidat choisit au hasard et simultanément 3 sujets.*

*Déterminer la probabilité de chacun des événements suivants :*

*A :« le candidat a choisi trois matières fondamentales »*

*B :« le candidat a choisi deux matières révisées »*

*C :« le candidat a choisi deux matières révisées sachant qu'il a obtenu trois matières fondamentales »*

2) *Soit $X$ la variable aléatoire prenant pour valeurs le nombre de sujets révisés choisis par le candidat*

a) *Déterminer la loi de probabilité de $X$*

b) *Calculer l'espérance et l'écart type de $X$*

3) *Une deuxième épreuve sous forme de Q.C.M comporte cinq questions indépendantes concernant les matières non révisées par le candidat. Pour chacune d'entre elles sont proposées quatre repenses dont une seule est exacte.*

*Le candidat répond alors au hasard à chaque question*

*Soit $Y$ la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de repenses exacte données par le candidat*

a) *Déterminer la loi de probabilité de $Y$*
b) *Calculer $E(Y)$ ; $V(Y)$ et $\sigma(Y)$*
c) *Le candidat est déclaré admis s'il répond exactement à au moins trois questions. Calculer la probabilité pour que le candidat soit admis.*

## EXERCICE N3(5points)

*une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années*

*le rang $x_1 = 1$ est donné pour l'année 2000 . la consommation est exprimée en milliers de dinars*

| Année | 2000 | 2002 | 2003 | 2004 | 2006 |
|---|---|---|---|---|---|
| Rang de l'année $x_i$ | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 |
| Consommation en milliers de dinars $y_i$ | 28,5 | 35 | 52 | 70,5 | 100,5 |

1) *Représenter le nuage des points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal (on prendra 1 cm comme unité en abscisses et 1cm pour 10000 dinars en ordonnée)*

2) *Déterminer les coordonnées du point moyen $G$ de ce nuage ; placer dans le repère précédent*

3) *On réalise un ajustement linéaire de ce nuage par la droite $D$: $y = 12,5x + b$*

a) *Justifier l'existence d'un tel ajustement*
b) *Déterminer la valeur $b$ puis construire la droite $D$ dans le repère précédent*

4) *Déterminer à l'aide de l'ajustement précédent ; la consommation estimée des ménages de cette ville en 2007*

5) a) *Recopier et compléter le tableau suivant sachant que $z = \ln(y)$.les résultats seront arrondis au centième.*

| $x_i$ | 1 | 3 | 4 | 5 | 7 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $y_i$ | 28,5 | 35 | 52 | 70,5 | 100,5 | 140 |
| $z_i = \ln(y_i)$ | 3,35 | …………… | …………….. | ……………. | ………… | 4,94 |

b) *Déterminer l'équation réduite de la droite de régression de $z$ en $x$ obtenue par la méthode de moindres carrées, cette équation est de la forme $z = cx + d$*

*(on donnera les arrondis des coefficients $c$ et $d$ à $10^{-2}$ prés)*

c) *En déduire que $y = ae^{0,23x}$ (au a est un coefficient que l'ont déterminera)*
d) *Estimer alors , à l'aide de ce nouvel ajustement , la consommation des ménages de cette ville en 2008 à 100 dinars prés*

## EXERCICE N4(6points)

I. *Soit $f$ la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par :$f(x) = \frac{x}{x-1} + \ln(x-1)$*

1) *On note $(C_f)$ sa courbe dans le plan rapporté à un repère orthonormé$(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$*

a) *Vérifier que $f'(x) = \frac{x-2}{(x-1)^2}$*

b) *Vérifier que $f(x) = \frac{1}{x-1}[x + (x-1)ln(x-1)]$ et en déduire $\lim_{x\to 1^+} f(x)$*

c) *Etablir le tableau de variation de $f$*

2) *Montrer que la courbe $(C_f)$ admet un point d'inflexion $I$ dont on déterminera les coordonnées*

3) *Ecrire une équation cartésienne de la tangente $(T)$ à $(C_f)$ au point d'abscisse $\frac{3}{2}$*

4) *a) Montrer que $\lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ et interpréter graphiquement le résultat*

b) *tracer $(T)$ et $(C_f)$ dans le repère $(o;\vec{\imath};\vec{\jmath})$ (unité 1 cm)*

5) *soit $\alpha$ un réel strictement supérieure à 2*

a) *par intégration par partie montrer que*

$\int_2^\alpha \ln(x-1)\,dx = \alpha\ln(\alpha-1) - \int_2^\alpha \frac{x}{x-1}dx$

b) *En déduire l'aire $\mathcal{A}$ de la partie du plan limitée par la courbe $(C_f)$ l'axe des abscisses et les deux droites d'équations : $x = 2$ et $x = \alpha$*

II. *Soit $g$ la fonction définie sur $]1;+\infty[$ par $g(x) = f(x) - x$*

1) *a) Calculer $\lim_{x\to+\infty} g(x)$ ( on pourra remarquer qu'on peut écrire $g(x) = x(\frac{f(x)}{x} - 1)$ )*

*b) Montrer que $g$ réalise une bijection de $]1;+\infty[$ sur R*

2) *Calculer $g(2)$ et en déduire que pour tout réel $x \in ]2;+\infty[$ on a $f(x) \le x$*

3) *On désigne par $g^{-1}$ la fonction réciproque de $g$*

a) *Montrer que $g^{-1}$ est dérivable en 0*

b) *Calculer $(g^{-1})'(0)$*

4) *Soit u la suite définie sur N par $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$*

   a) *Montrer par récurrence que pour tout entier naturel n on a :$u_n \ge 2$*

   b) *Montrer que la suite u est décroissante*

   c) *En déduire que la suite u est convergente et calculer sa limite.*

***<u>Bon travail</u>***