LYCÉE ECHEBBI	Devoir de contrôle n°4	CLASSE4T1
PROF : DK AHMED	MATHÉMATIQUE	Duré 2h

EXERCICE N1(7points)

une boite contient 5 jetons rouges numérotés 0, 0, 1, 1,1 et trois noires numérotés 3,3,3

Une épreuve consiste à tirer simultanément 2 jetons de la boite

1) *calculer la probabilité des événements suivants*

A: $\ll$ $les\ 2\ jetons\ tirés\ sont\ rouge$ $\gg$

B: $\ll$ $les\ 2\ jetons\ tirés\ portent\ des\ chiffres\ différents$ $\gg$:

$\ll$ $les\ 2\ jetons\ sont\ rouges\ sachant\ qu'ils\ portent\ des\ chiffre\ différent$

2) *Soit X la variable aléatoire prenant pour valeur le produit des chiffres marqués sur les deux jetons tirés*

a) *Déterminer la loi de probabilité de X*

b) *Calculer son espérances mathématique et son écart type*

c) *On considère l'événement*

S: $\ll$ $le\ produit\ des\ numéros\ est\ inferieure$ à 2 $\gg$ *montrer que* $p(S) = \frac{4}{7}$

3) *On répète l'épreuves précédente quatre fois de suite en remettant à chaque fois les jetons tirés dans la boite*

Soit la variable aléatoire Y indidiquant le nombre des fois ou S est réalisé

a) *Déterminer la loi de probabilité de Y*

b) *Calculer l'espérance et l'écart type de Y*

4) *Calculer la probabilités des événements suivants*

F: $\ll$ $obtenir\ exactement\ deux\ fois\ un\ produit\ inferieure$ à 2 $\gg$

G: $\ll$ $Obtenirau\ plus\ une\ fois\ un\ produit\ inférieure$ à 2 $\gg$

$\ll$ $obtenir\ pour\ la\ premier\ fois\ un\ produit\ inferieure$ à 2 au 2^{eme} $tirage$

Exercice n°2 (5 points)

La durée de vie d'un robot exprimée en années j'jusqu' à ce que survienne la première panne est une variable aléatoire X qui suit une loi exponentielle de paramètre λ ; $\lambda > 0$

1) *Déterminer λ arrondi à 10^{-3} prés pour $p(X > 6) = 0{,}3$*

Dans toute la suite on prend λ=0,2

2) *A quel instant t à un moins prés la probabilité qu'un robot tombe en panne la première fois est égale à 0,5 ?*

3) *Déterminer la probabilité pour qu'un robot n'ait pas de panne au cours des deux premiers années de sa vie*

4) *On considère un lot de cinq robots fonctionnant de manière indépendante*

Déterminer la probabilité que dans ce lot ; il ait au moins un robot qui n'ait pas eu de panne au cour des deux premières années

EXERCICE N3(8points)

I. *Soit g la fonction définie sur R par :$g(x) = 1 + (x - 1)e^x$*

1) *Etablir le tableau de variation de g*
2) *Déduire que pour tout réel x on a $g(x) \geq 0$*

II. *Soit f la fonction définie sur R par :$f(x) = x + (x - 2)e^x$*

1) *On note (C_f) sa courbe dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(o; \vec{\imath}; \vec{\jmath})$ unité1cm)*

a) *Calculer les limites de $f(x)$ en $(+\infty)$ et en $(-\infty)$*

b) *Montrer que la droite (Δ): $y = x$ est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$)*

c) *Préciser la position de (C_f) par rapport à (Δ)*

d) *Calculer la limite en $(+\infty)$ de $\frac{f(x)}{x}$ et interpréter graphiquement le résultat obtenu*

2) *Montrer que pour tout réel x :$f'(x) = g(x)$ et établir le tableau de variation de f*

3) *a) Montrer que le point $I(0; -2)$ est un point d'inflexion pour (C_f)*

b) *Déterminer une équation de la tangente (T)à $\left(C_f\right)$ au point I*

4) *tracer les droites (Δ) ; (T) et (C_f)*

5) *a) Montrer que f réalise une bijection de R sur un intervalle j à préciser.*

b) Montrer que f^{-1} est dérivable en 2 et calculer :$(f^{-1})'(2)$

c) construire $(C_{f^{-1}})$

III. *Pour tout entier naturel n on note :$I_n = \int_0^1 t^n e^t dt$*

1) *Calculer I_0 ; et à l'aide d'une intégration par partie calculer I_1*
2) *Montrer que :$I_{n+1} = e - (n + 1)I_n$ pour tout $n \in N$*
3) *a) Montrer que le suite I_n est une suite décroissante.*

b) Montrer que pour tout $n \in N$ on a :$\frac{1}{n+1} \leq I_n \leq \frac{e}{n+1}$

c) Déduire la limite de I_n en $(+\infty)$

4) *On note $\mathcal{A}$ l'aire en cm^2 de la région du plan limitée par tout C_f l'asymptote Δ et les droites d'équations :$x = 0$; $x = 1$ montrer que $\mathcal{A} = 2I_0 - I_1$ puis calculer $\boldsymbol{\mathcal{A}}$*