L .Mateur

A.S : 2015-2016

Classe :4sc.exp 2

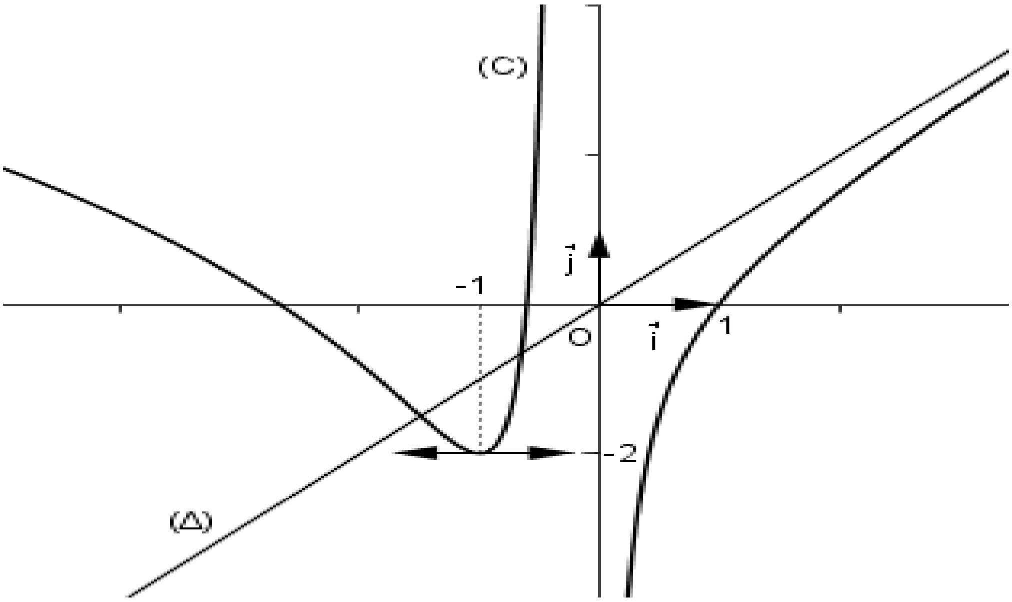
Mr :Amri

Devoir de contrôle N° 1

Durée : 2h — Le 11-11-2015

EXERCICE1 :(8points)

$(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$ étant un repère orthonormé du plan, la courbe (C) ci-contre représente une fonction f définie sur IR\ {0}, les droites (Δ) : y=x et l'axe $(O, \vec{\jmath})$ sont des asymptotes à (C). La courbe (C) admet au v(-∞) une branche parabolique de direction celle de $(O, \vec{\imath})$.



1) Dresser le tableau de variation de f. (On demande les limites aux bornes et le signe de f '(x))

2) Déterminer les limites suivantes :

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x} \;;\; \lim_{x\to+\infty}(f(x)-x) \;;\; \lim_{x\to-\infty}\frac{f(x)}{x} \;;\; \lim_{x\to+\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) \;;\; \lim_{x\to\frac{\pi}{2}^+} f(\tan x)$$

3) Déterminer le nombre de solutions dans IR\ {0}, de chacune des équations suivantes : f(x)=0 et f(x)=x

4) Soit la fonction g définie sur IR par : g(x)= $\begin{cases} \dfrac{x-2\cos\pi x}{x-2} & si x \le 1 \\ \dfrac{6(2-\sqrt{x^2+3})}{x-1} & si x \succ 1 \end{cases}$

On note h la fonction définie par : h=gof

a) Montrer que $\frac{x+2}{x-2} \le g(x) \le 1$ pour tout $x \le 1$.

b) En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$. Calculer alors $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x)$

c) h est-elle prolongeable par continuité en 0 ?

d) Montrer que la fonction g est continue en 1.

e) Montrer que la fonction h est continue sur$]0,+\infty[$.

5) Soit (u_n) la suite définie sur IN par u_n = h($\frac{(-1)^n - n}{n^2+2}$) . Montrer que la suite (u_n) est convergente

EXERCICE2 :(5points)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé direct (O , $\vec{u}$, $\vec{v}$) On désigne par **(C)** le cercle trigonométrique et par A et J les points d'affixes respectives :a=$\sqrt{3}$ + i et 1 .

1) a) Donner la forme exponentielle de a .

b) Construire le point A .

2) Soit B le point d'affixe b = $\frac{1-a}{1-\bar{a}}$

a)Vérifier que b$\bar{b}$ = 1.En déduire que le point B appartient au cercle **(C)**

b) Montrer que $\frac{b-1}{a-1}$ est un imaginaire pur . Interpréter le résultat graphiquement

c) Déduire alors la Construction du point B .

4) Déterminer et construire l'ensemble E des points M(z) tel que $\frac{iz-ib}{z-\sqrt{3}+i} \in$ IR

Exercice3 : (7 points)

1/ a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E): $iz^2-\sqrt{3}z-i=0$.

b) Ecrire les solutions de (E) sous forme exponentielle.

2/ Soit $\theta \in]0,\pi[$ on considère l'équation (E_θ): $iz^2+(2\sin\theta)z-2i(1+\cos\theta)=0$.

a)Vérifier que $\sin^2\theta-2(1+\cos\theta)=[i(1+\cos\theta)]^2$.

b) Résoudre alors l'équation E_θ.

3/ Dans le plan complexe muni d'un R.O.N.D $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points M et N d'affixes respectives $z_M=1+e^{i\theta}$ et $z_N=-1+e^{i(\pi-\theta)}$.

a) Déterminer l'ensemble des points M lorsque θ varie dans $]0,\pi[$

b)Ecrire z_M et z_N sous forme exponentielle .

c) Quelle est la nature du triangle OMN pour tout $\theta \in]0,\pi[$?

BON TRAVAIL