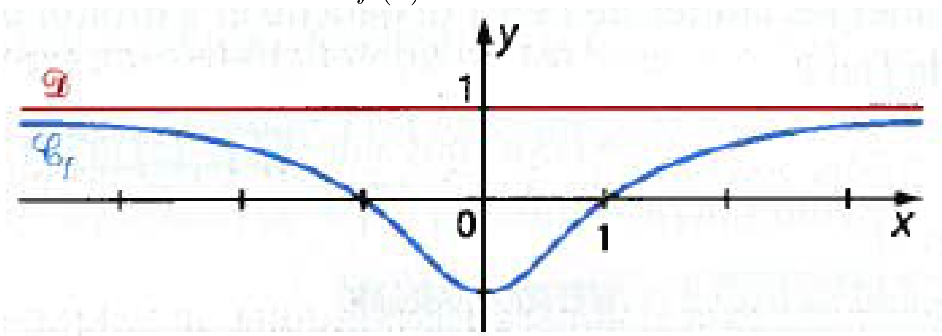
L-Mateur	Devoir de contrôle n°1	Prof: Talbi Rachid
Classe:$4sc_1$	Durée : $2h$	Le 05 /11/2015

EXERCICE 1($7pts$)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$,dont on donne la courbe C_f dans un repère orthonormé.
g est la fonction définie par: $\mathrm{g}(x) = \dfrac{1}{f(x)}$



1. Lire graphiquement :

   (a) $f(1)$; $f(-1)$ et $f'(0)$

   (b) $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ Interpréter graphiquement les résultats précédents

   (c) $f(\mathbb{R})$

2. (a) Déterminer D_g

   (b) Déterminer les limites de g aux bornes de D_g.

   (c) En déduire l'existence d'asymtotes à C_g.

3. (a) Montrer que l'équation $f(x) = -\dfrac{1}{2}$ admet une solution unique $\alpha \in [0,1]$

   (b) Dresser le tableau de variation de g.

EXERCICE 2 ($6pts$)

Soit (u_n) la suite réelle définie sur $\mathbb{N}$ par: $\begin{cases} \mathrm{u}_0=1 \\ \mathrm{u}_{n+1}=\sqrt{3u_n+4} \ ,\forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$

1. (a) Montrer que la suite (u_n) est majorée par 4.

   (b) Montrer que la suite (u_n) est strictement croissante.

   (c) En déduire que (u_n) est convergente et déterminer sa limite l.

2. (a) Montrer que $(4-u_{n+1}) \preccurlyeq \dfrac{1}{2}(4-u_n), \forall n \in \mathbb{N}$

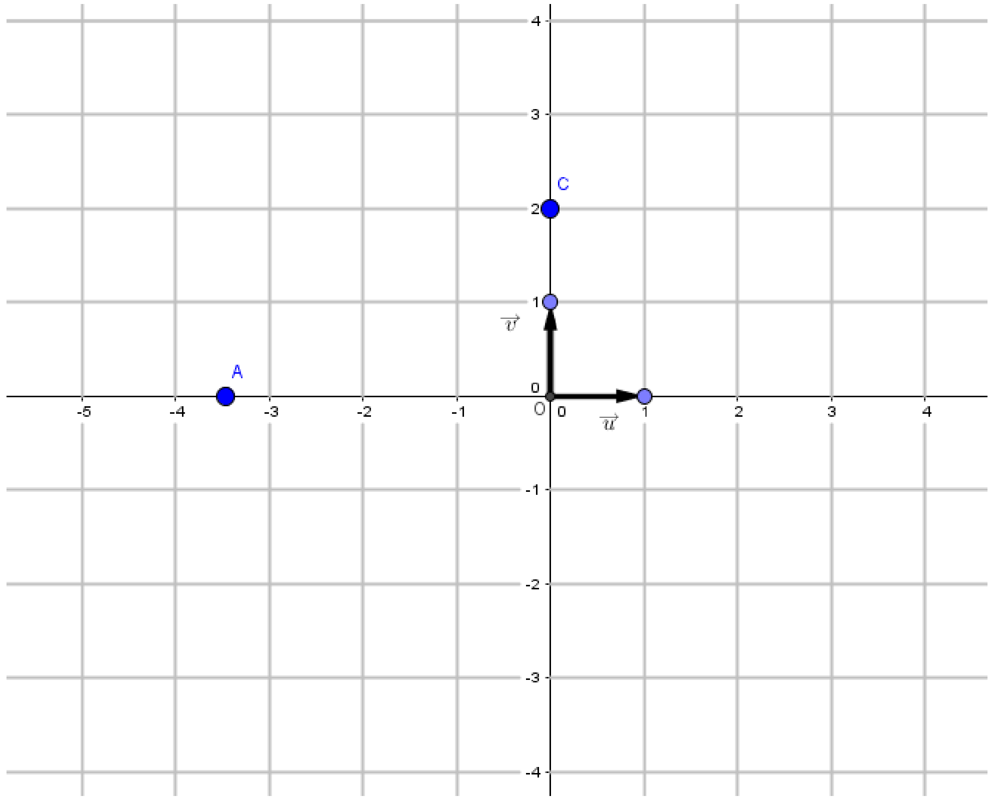
   (b) En déduire que $(4-u_n) \preccurlyeq 3 \times \left(\dfrac{1}{2}\right)^n, \forall n \in \mathbb{N}$.

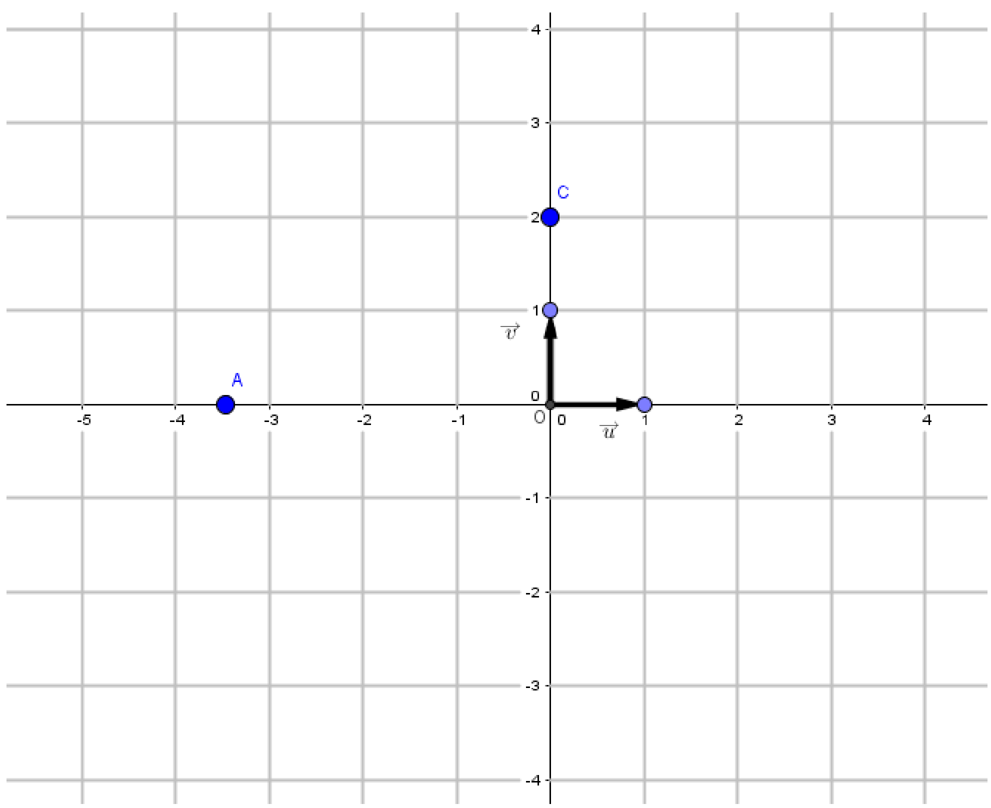
   (c) Retrouver alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

3. Etudier la convergence de la suite (v_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $v_n = n^2(4-u_n)$. (On admet que $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{n^2}{2^n} = 0$)

EXERCICE 3 ($7pts$)
Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O, \overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
soient les points A, B et C d'affixes respectives $a = -2\sqrt{3}$; $b = \sqrt{3} - 3i$ et $c = 2i$

1. (a) Ecrire b sous forme exponentielle.
   (b) Montrer que $b^{2016} \in \mathbb{R}$.
2. (a) Les points A et C sont représentés sur la figure jointe suivante.Construire le point B.
   (b) Déterminer une mesure en radian de l'angle orienté $\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right)$.
3. Les points E et F ont pour affixes respectives $e = -\dfrac{\sqrt{3}}{2} + \dfrac{3}{2}i$ et $f = -\sqrt{3} - i$
   (a) Montrer que les points A, E et C d'une part, et les points A, F et B d'autre part sont alignés.
   (b) Montrer que $\dfrac{e-c}{e-b} = \dfrac{\sqrt{3}}{9}i$
   (c) Interpréter géométriquement ce résultat.
4. (a) Montrer que BCF est un triangle rectangle en F.
   (b) Placer les points E et F sur la figure.
5. Déterminer les ensembles suivants:
   $E_1 = \left\{M(z), |z - 2i| = \left|z + 2\sqrt{3}\right|\right\}$ et $E_2 = \left\{M(z),\ \arg(z - 2i) \equiv \dfrac{\pi}{4}\,[2\pi]\right\}$


C
A
O
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4


C
A
O
-5
-4
-3
-2
-1
0
1
2
3
4