Lycée secondaire Tataouine 2013 / 2014	**Devoir de contrôle n°1** **Mathématiques**	Classe : $4^{ème}$ Exp2 Prof : Bouabid.B Durée : 2 heures

Le sujet comporte 3 pages numérotées de 1/3 à 3/3

Exercice N°1 :(6pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$

On donne dans l'annexe ci-jointe la courbe représentative d'une fonction f définie sur IR et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$. La courbe de f admet :

*une branche parabolique de direction $\left(O;\vec{j}\right)$ au voisinage de $+\infty$;et de direction $\left(O;\vec{i}\right)$ au voisinage de $-\infty$

*une tangente parallèle à l'axe des abscisses au point d'abscisse 0

* deux demi- tangentes en -1 et en 1

* Les deux demi-tangentes à gauche en 1 et à droite en-1 passent par le même point(0,2)

Par lecture graphique

Partie A répondre par vrai ou faux :

1) $f'(0)=1$

2) $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{f(x)}{x-1}=0$

3) $T: y=0$ est la tangente à la courbe de f au point d'abscisse 0

4) $f\left([0;2]\right)=[1;2]$

Partie B Déterminer

1) $f'_d(-1)$

2) $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{f(x)}{x+1}$ et $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{f(x)}{x-1}$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$

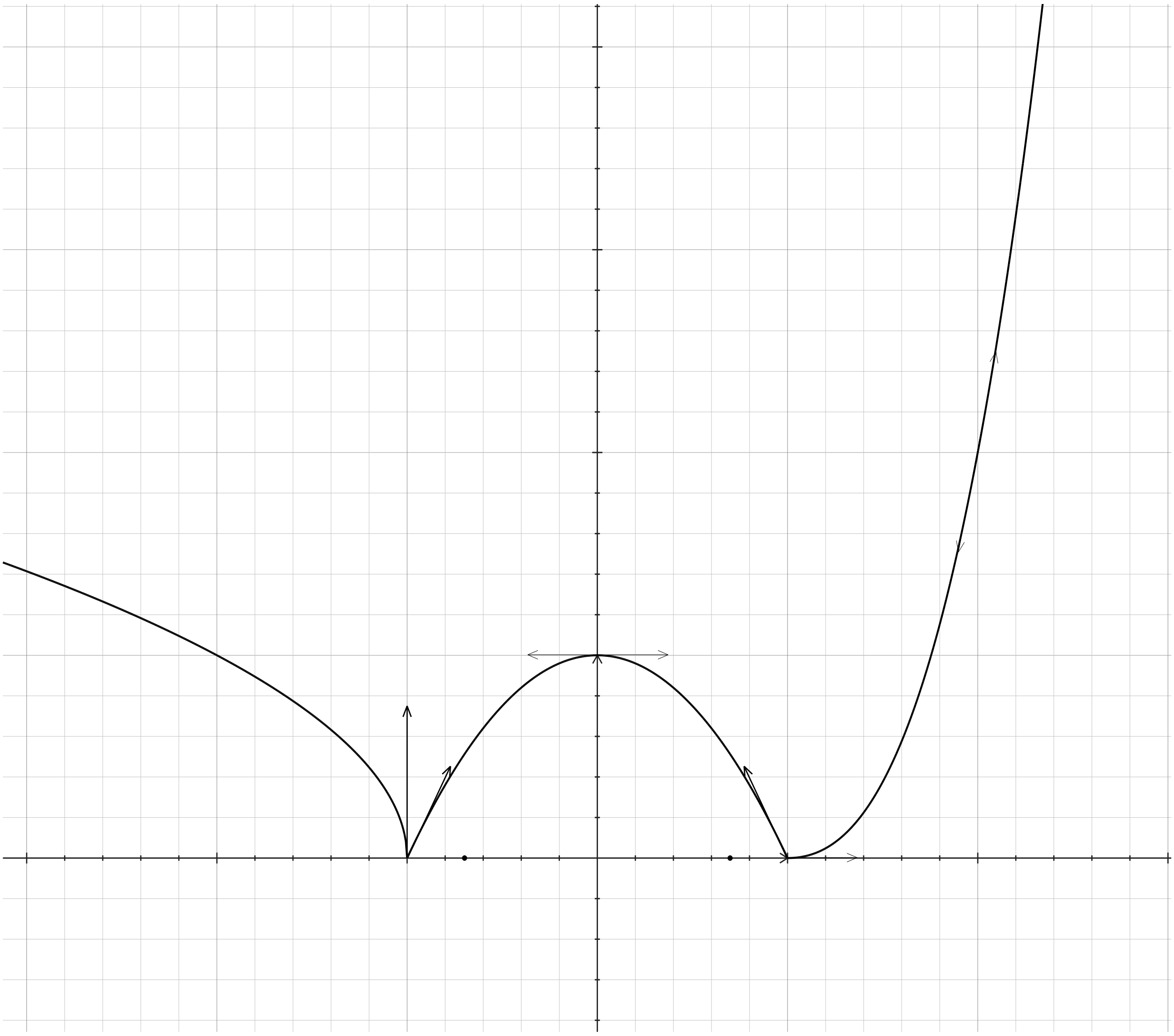
Partie C

On considère les fonctions g et h définies sur IR par : $g(x)=f(x^2+\sin x)$ et $h(x)=\cos(f(x))+x^2$

1) Justifier que g est dérivable en 0 et donner $g'(0)$

2) Calculer la limite de h en $+\infty$ en justifiant

Exercice N°1



Exercice N°2 :(4pts)

Soit f la fonction définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = 1 + x^3 + x^2 \sin(\frac{1}{x}) & si\ x \in]0;+\infty[\\ f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 1 & si\ x \in]-\infty;0] \end{cases}$

1) a / Montrer que pour tout $x \in]0,+\infty[$ on a : $1 + x^3 - x^2 \leq f(x) \leq 1 + x^2 + x^3$.

b / En déduire la limite de f à droite en 0

c / Etudier la continuité de f en 0

d / Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$

2) a/ Montrer que l'équation $x^3 - 2x^2 + x + 1 = 0$ admet une unique solution α dans $]-1, 0[$.

b / Vérifier que $\alpha = -\sqrt{\frac{1+\alpha}{2-\alpha}}$

Exercice N°3 :(4.5pts)

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ On considère les points A et B

d'affixes respectives $Z_A = 2 + 2i$ et $Z_B = \sqrt{3} + i$

1) a / Donner la forme exponentielle de Z_B

b / Placer les points A et B

2) Soit C le point du plan tel que OACB est un parallélogramme .Calculer l'affixe du point C

3) a / Déterminer la forme algébrique de $Z_A.Z_B$

b / Déterminer la forme exponentielle de $Z_A.Z_B$

c / Déduire les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

Exercice N°4 :(5.5pts)

On considère, dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes, l'équation (E) : $Z^2 - (3-i)Z + 4 = 0$

1) a / Calculer $(1-3i)^2$

b / Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E)

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O;\vec{u};\vec{v})$ On considère les points A et B d'affixes respectives 2-2i et $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

a / Donner la forme algébrique de Z_B

b / Placer les points A et B dans le repère $(O;\vec{u};\vec{v})$

3) Ecrire sous forme exponentielle Z_A et $\frac{Z_B}{Z_A}$ puis déduire la nature du triangle OAB

4) Soit M un point du plan d'affixe $Z_M = 3 + i\alpha$; $\alpha \in \mathbb{R}$

Déterminer le réel α pour que AMB soit un triangle rectangle en M.