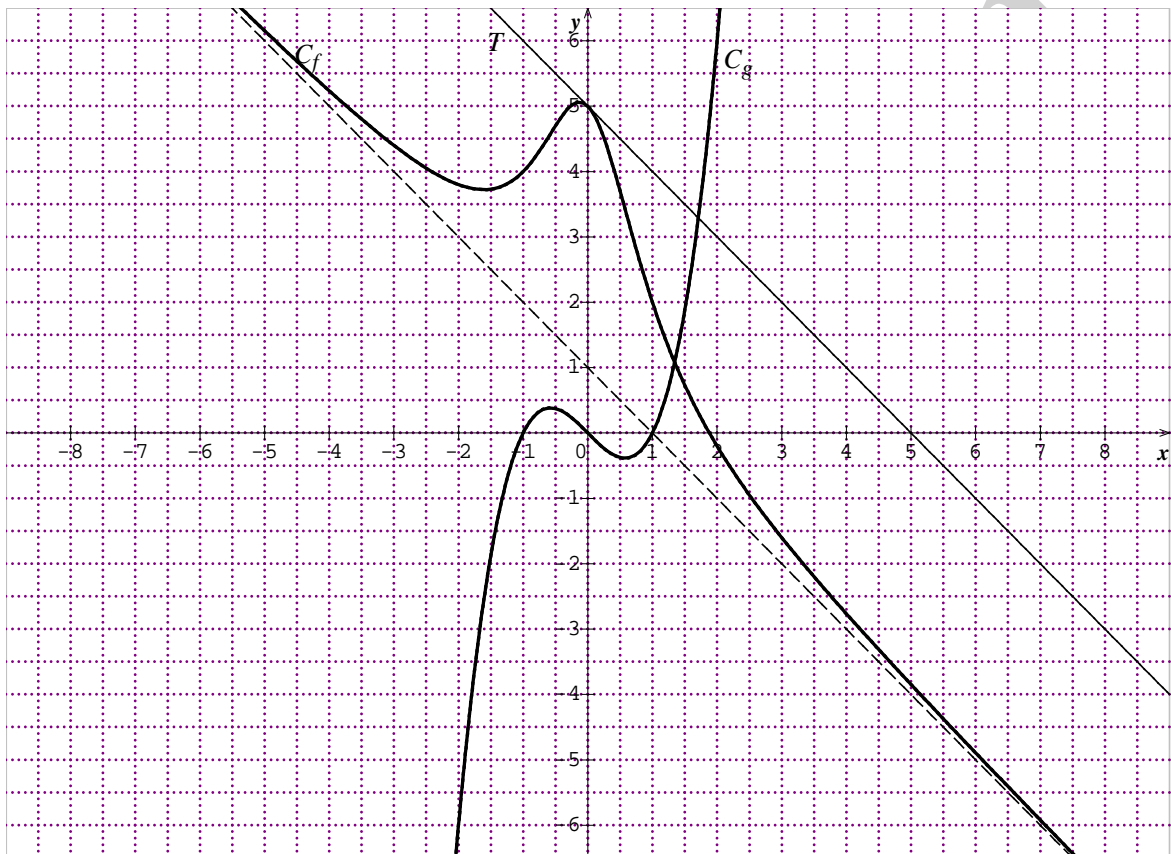


Lycée : ELAMEL Fouchana	Devoir de contrôle n°1	Prof : B.Zouhaier
Classe : 4èmeSC1	Novembre 2013	Durée : 2 heures

Exercice N°1 : (4 points) Répondre par vrai ou faux, en justifiant la réponse

- Si z_1 et z_2 sont les solutions de l'équation : $z^2 + (1+i)z + 4\cos\theta = 0$ alors :
 $(z_1)^2 + (z_2)^2 = 2i - 8\cos\theta$
- Si θ est un réel donné alors $\text{Arg}(-2i e^{-i\theta}) \equiv \frac{3\pi}{2} - \theta [2\pi]$
- Soient f et g les deux fonctions définies sur \mathbb{R} par leurs courbes représentatives suivantes :



- C_g admet deux branches infinies paraboliques de direction (yy')
 - $\Delta: y = -x + 1$ est une asymptote à C_f au voisinage de $-\infty$ et de $+\infty$
 - f est dérivable en 0 et T est la tangente à C_f au point d'abscisse 0
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{g(x)}{x} = -\infty$
 - La courbe de $f \circ g$ admet une asymptote oblique au voisinage de $-\infty$
 - $\lim_{x \rightarrow +\infty} g \circ f(x) = +\infty$
 - $f'(0) = -1$

Exercice N°2 : (5 points)

- Résoudre dans \mathbb{C} l'équation (E) : $2Z^2 - \sqrt{3}(\sqrt{3} + i)Z + 1 + \sqrt{3}i = 0$

2. (o, \vec{u}, \vec{v}) étant un repère orthonormé du plan A et B deux points d'affixes respectives $Z_A = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $Z_B = iZ_A$ et I le milieu de [AB]
- Donner la forme exponentielle de Z_A et Z_B
 - Placer les points A, B et I dans le repère (o, \vec{u}, \vec{v})
 - Montrer que le triangle OAB est isocèle et rectangle
 - En déduire la forme exponentielle de Z_I

Exercice N°3 : (6 points)

Le plan est muni d'un repère orthonormé (O, \vec{u}, \vec{v}) et z un nombre complexe non nul

M et M' d'affixes respectives z et z' tel que $z' = -\frac{1}{\bar{z}}$

- Montrer que les points O, M et M' sont alignés
- Montrer que $\overline{z' + 1} = \frac{1}{z}(z-1)$
- Soit A et B les points d'affixes respectives 1 et (-1). On désigne par (\mathcal{C}) le cercle de centre A et de rayon OA et M (z) un point de (\mathcal{C})
 - Vérifier que $|z-1|=1$
 - Montrer que $|z'+1|=|z'|$ et interpréter géométriquement cette égalité
 - Déduire de ce qui précède une construction géométriquement du point M' à partir de M
- On suppose que $z \neq 1$ et M_1 le symétrique de M par rapport à (O, \vec{u})
 - On pose $a = \frac{z'+1}{z'-1}$. Exprimer a en fonction de \bar{z}
 - Donner une interprétation géométrique de $\text{Arg}(a)$

Exercice N°4 : (5 points)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \begin{cases} -x + \sqrt{x^2 + x + 1} & , \text{ si } x < 0 \\ \frac{x \sin(\frac{1}{x})}{x^2+5} + 1 & , \text{ si } x > 0 \end{cases}$

- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$
 - Montrer que $\Delta: y = -2x - \frac{1}{2}$ est une asymptote à (\mathcal{C}_f) au voisinage de $-\infty$
- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f$ et interpréter graphiquement le résultat
- Montrer que f est prolongeable par continuité en 0 et donner son prolongement g
- Etudier la dérivabilité de g en 0

Rien ne sert à courir il faut partir à point

B.ZOUHAIER