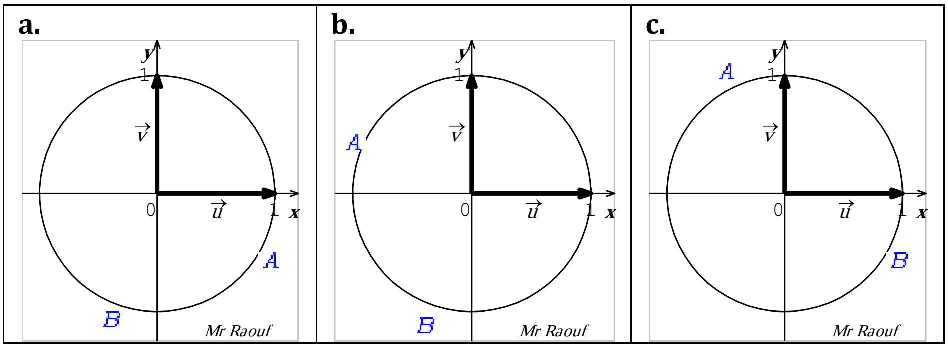
Lycée Bourguiba Monastir Mathématiques **Novembre 2012**

DEVOIR DE CONTROLE N^{0}1

Mr : Orfi Raouf Durée 2h **4èmesc$_5$**

Exercice N°1 **(3.75 points)** Cet exercice est un Questionnaire a Choix Multiples. Pour chacune des suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. le plan complexe est muni d un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A , B d'affixes respectives $z_A = e^{i\frac{5\pi}{6}}$ et $z_B = e^{-i\frac{2\pi}{3}}$

1) Les points A et B images de z_A et z_B sont représentés sur l'une des figures ci-dessous .Laquelle?



2) un argument de $\frac{z_A}{z_B}$ est égale à **a.** $\frac{\pi}{3}$ **b.** $-i\frac{\pi}{2}$ **c.** $-\frac{\pi}{2}$

3) La longueur AB est égale à **a.** $\sqrt{2}$ **b.** $\sqrt{3}$ **c.** $\sqrt{2-\sqrt{3}}$

4) Soit $z_C = z_B{}^2$ **a.** $|z_C| = 2$ **b.** $z_C = e^{-i\frac{4\pi}{9}}$ **c.** Les points B et C sont symétriques par rapport à (x'x)

5) l'ensemble des points M(z) tel que $\frac{2z+\sqrt{3}-i}{2z+1+i\sqrt{3}}$ est imaginaire pur est :

a.la droite (AB) privé du point B **b.** la médiatrice du segment $[AB]$

c.le cercle de diamètre $[AB]$ privé du point B

Exercice N°2 **(4.25points)** Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé direct $(o,\vec{u},\vec{v})$ **(voir Annexe)** On note A le point d'affixe $z_A = -2i$

A tout point M d'affixe z , on associe le point M' d'affixe z' donnée par: $z' = -2\bar{z} + 2i$

1) On considère le point B d'affixe $z_B = 3-2i$ Donner la forme algébrique des affixes $z_A{}'$ et $z_B{}'$ des points A' et B' associes aux points A et B . Placer ces points

2) Démontrer que , pour tout M d'affixe z , $|z'+2i| = 2|z+2i|$, interpréter géométriquement cette égalité

3) Pour tout M distinct de A , on appelle θ un argument de $(z+2i)$

a. Montrer que M' est distinct de A et justifier que θ est une mesure de l'angle $(\vec{u},\overrightarrow{AM})$

b. Démontrer que $(z+2i)(z'+2i)$ est un réel négatif en déduire un argument de $(z'+2i)$ en fonction de θ

4)En utilisant les résultats précédents , proposer une construction géométrique du point M' connaissant le point M . Illustrer par une figure (Annexe)

Exercice N°3 (6points)

On considère la fonction f définie sur IR par : $f(x)=3x-\sin x-1$

1)a. Montrer que pour tout réel on a : $3x-2\leq f(x)\leq 3x$.En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

b. Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} f(\frac{1}{x})$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{x-1}{x^2+1})$

3)a. Montrer que l'équation (E) : $3x=\sin x+1$ admet au moins une solution $\alpha\in\left]0,\frac{\pi}{3}\right[$

b. α est –elle unique ? justifier votre réponse

c. Montrer que $\cos\alpha=\sqrt{6\alpha-9\alpha^2}$

4) Montrer que $\forall x\in\left]-\infty,\alpha\right[$, $\sin x+1\geq 3x$

5) Montrer que la fonction g : $x\mapsto\frac{f(x)+1}{x}$; $x\neq 0$ est prolongeable par continuité en 0 et déterminer son prolongement

Exercice n°4(6points)

(C) est la courbe représentative d'une fonction f dérivable sur IR- $\{-2\}$

1) Déterminer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, $\lim\limits_{x\to 0^+} f(\frac{1}{\sqrt{x}})$, $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}$, $f(-1)$et $f'(0)$

2) Répondre par **VRAI OU FAUX** en justifiant :

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} f(\frac{x^4+x}{x-x^4})=1$ **b)** $\lim\limits_{x\to 0} f(\frac{x}{\sin x})=-2$

3)Déterminer $f([-2,-1])$, $f(]-\infty,-2])$ *et* $f([0,2])$

4) a) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans IR deux solutions (notées α et β) autres que 0

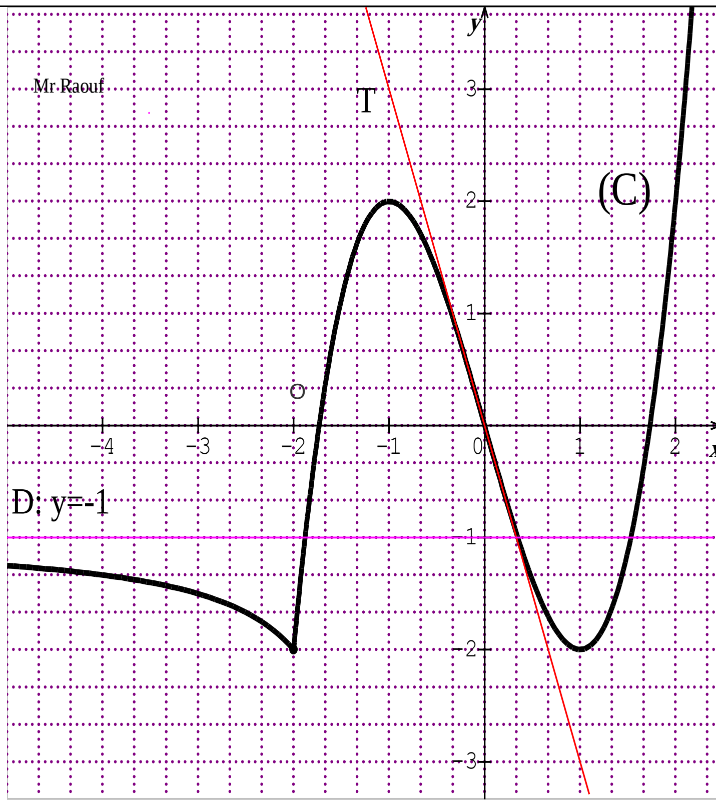
b)Donner le tableau de signe de f(x) sur IR

5)Discuter suivant λ le nombre de solutions de l'équation suivante : $f(x)=\lambda$

6)La droite T est la tangente à (C) au point O(0,0)

a)Déterminer l'équation réduite de la tangente T

b) Montrer que $\forall\ x\leq 0$; $f(x)\leq -3x$



Annexe (A rendre avec la copie)   Nom……………………………………………………………Classe……………