

Lycée Thelepte
 Novembre 2011

**Correction du devoir de contrôle
 N°1**

Niveau : 4 ème Science expérimentales
Epreuve : Mathématiques
Prof : Mhamdi Abderrazek

Exercice n°1 :

1)F 2) V 3) V 4)F.

Exercice n°2 :

1) $D_f = \mathbb{R} / \{-1; 1\}$

2) $\lim_{-\infty} f = +\infty$; $\lim_{+\infty} f = +\infty$; $\lim_{-1} f = -\infty$; $\lim_{1} f = -\infty$

3) $f(0) = 0$; $f'(0) = 0$

4)

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
f'(x)	-	+	○	-	+
f	$+\infty$ ↘ $-\infty$	$-\infty$ ↗	○ ↘ $-\infty$	$-\infty$ ↗	$+\infty$

Exercice n°3 :

1)a) On a $-1 \leq \sin(x) \leq 1$ alors $2x-2 \leq 2x-1-\sin(x) \leq 2x$ d'où $2x-2 \leq g(x) \leq 2x$

b) On a $\lim_{-\infty} 2x-2 = \lim_{-\infty} 2x = -\infty$ alors $\lim_{-\infty} g = -\infty$ et $\lim_{+\infty} 2x-2 = \lim_{+\infty} 2x = +\infty$ alors $\lim_{+\infty} g = +\infty$

c) $g'(x) = 2 - \cos(x) > 0$ d'où

x	$-\infty$	$+\infty$
g'(x)	+	
g	$-\infty$	$+\infty$

2)a) On a g est continue et strictement croissante sur \mathbb{R} et $0 \in g(\mathbb{R}) = \mathbb{R}$ alors l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution $\alpha \in \mathbb{R}$

b) On a $g(0) = -1 < 0$ et $g(\frac{\pi}{2}) = \pi - 2 > 0$ donc $g(0) \times g(\frac{\pi}{2}) < 0$ d'où $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$

c)

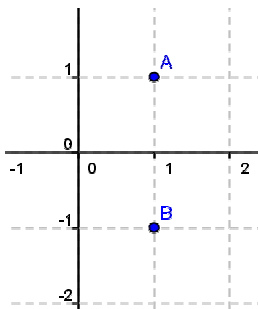
x	$-\infty$	α	$+\infty$
g(x)	-	○	+

Exercice n°4 :

1) $z^2 - 2z + 2 = 0$. $\Delta' = 1 - 2 = -1 = (i)^2$ donc $z_1 = 1 - i$ et $z_2 = 1 + i$

2)a)

b) $OA = OB = \sqrt{2}$ et $\vec{OA} \cdot \vec{OB} = 1 - 1 = 0$ donc $\vec{OA} \perp \vec{OB}$ d'où OAB est isocèle et rectangle en O.



c) $z_A = 1 + i = \sqrt{2} e^{i\frac{\pi}{4}}$ et $z_B = 1 - i = \sqrt{2} e^{-i\frac{\pi}{4}}$

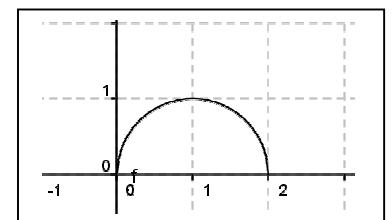
d) $(z_A)^{4000} = (\sqrt{2})^{4000} e^{i1000\pi} = (2)^{2000} e^{i0} = (2)^{2000}$

3)a) $z^2 - 2z + 1 - e^{2i\theta} = 0$. $\Delta' = 1 - 1 + e^{2i\theta} = (e^{i\theta})^2$ donc $z_1 = 1 + e^{i\theta}$ et $z_2 = 1 - e^{i\theta}$.

b)i) $\vec{OM} \begin{pmatrix} 1 + \cos(\theta) \\ \sin(\theta) \end{pmatrix}$; $\vec{ON} \begin{pmatrix} 1 - \cos(\theta) \\ -\sin(\theta) \end{pmatrix}$ on a $\vec{OM} \cdot \vec{ON} = 1 - \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta) = 1 - 1 = 0$ sig $\vec{OM} \perp \vec{ON}$

Sig le triangle OMN est rectangle en O $\forall \theta \in]0; \pi[$

ii) OMN est isocèle en O sig $OM = ON$ sig $\sqrt{(1 + \cos(\theta))^2 + \sin^2 \theta} = \sqrt{(1 - \cos(\theta))^2 + \sin^2 \theta}$ sig $4\cos(\theta) = 0$ sig $\cos(\theta) = 0$ sig $\theta = \frac{\pi}{2}$



c) $z_M = x + iy = 1 + \cos(\theta) + i\sin(\theta)$ sig $\begin{cases} \cos(\theta) = x - 1 \\ \sin(\theta) = y \end{cases}$ et $\begin{cases} 0 < x < 2 \\ 0 < y \leq 1 \end{cases}$ or $\cos^2(\theta) + \sin^2(\theta) = 1$

sig $(x-1)^2 + y^2 = 1^2$. donc M est un point de l'arc situé dans la partie positive du cercle de centre $\Omega(1; 0)$ et de rayon 1 privé des points O et C(2; 0)

BON TRAVAIL