

Lycée secondaire : ALI BOURGUIBA KALAA KBIRA

Année scolaire : 2011 - 2012

Prof: MAATALLAH

Devoir de contrôle n° 1

Classes : 4 Sc1

Epreuve : Mathématiques

Date : 21 - 11 - 2011

Durée : 2 heures

Exercice n° 1 : (10 points)

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x-x}{\sqrt{|x+1|}} & \text{si } x < -1 \\ \frac{\pi^2}{4} \left(\frac{x^2}{\cos(\pi x) - 1} \right) & \text{si } -1 < x < 0 \\ \frac{x+1}{x-1-\sqrt{2x^2-3x+1}} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

Soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1) Déterminer le domaine de définition de f et signaler les problèmes de limites.

2) a) Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. Déterminer les réels a et b pour que $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$

b) Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. Interpréter les résultats, au voisinage des infinis, sur (C_f) .

3) a) Achever les problèmes de limites et interpréter les résultats sur (C_f) .

b) Déterminer le domaine de continuité de f .

Exercice n° 2 : (10 points)

Les questions 1), 2), 3) et 4) sont indépendantes :

1) Soit \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs non nuls d'affixes respectives z_1 et z_2 . Montrer que \vec{u} et \vec{v} sont orthogonaux si et seulement si : $z_1 \bar{z}_2 + \bar{z}_1 z_2 = 0$.

2) Soit $\theta \in [0, \pi]$ et u un nombre complexe de module 1 et d'un argument θ .

Discuter suivant le réel θ , le module et un argument de : $z = 1 + u + u^2$.

3) Soit $\theta \in]0, 2\pi[$. Ecrire le nombre complexe : $\frac{1}{1 - \cos\theta - i \sin\theta}$ sous forme algébrique.

4) a) Soit $\mathbb{C} \setminus \{1\}$. Déterminer le complexe z tel que : $\frac{z}{z-1} = a$.

b) Résoudre, alors dans \mathbb{C} , l'équation (E) : $z^3 = i(z-1)^3$.

c) Montrer que les images des solutions de (E) appartiennent à une même droite qu'on précisera.

Il sera tenu compte de la rédaction et la bonne présentation de la copie.