Lycée Secondaire Ali Zouaoui	Devoir de contrôle N°01 Durée 02 heures	Classe : 4ème Sciences

Enseignant : Abdessattar El-Faleh *** 13 Novembre 2010

EXERCICE N° 01 (3 pts)

Répondre par vrai ou faux :

	Affirmations	Vrai ou faux
1	Une suite bornée ne peut pas être strictement monotone	
2	La suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $v_n = \frac{3^n}{n!}$ est décroissante à partir du rang 2.	
3	Si une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifie pour tout $n\in\mathbb{N}$, $\frac{u_{n+1}}{u_n}\geq 1$, alors cette suite est croissante	
4	Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ une suite définie par $u_{n+1}=f(u_n)$, si la fonction f est croissante alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante	
5	$10+15+20+\cdots+2005+2010=405010$	
6	$\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}\sqrt{n+1}=1$	

EXERCICE N° 02 (7 pts)

1- Soit $f(x)=3x+2\sin(x)$

a) Déterminer D_f. (0,5 pt)

b) Montrer que pour tout $x\in D_f$, on a : $3x-2\leq f(x)\leq 3x+2$ (1 pt)

c) En déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ (0,5 pt)

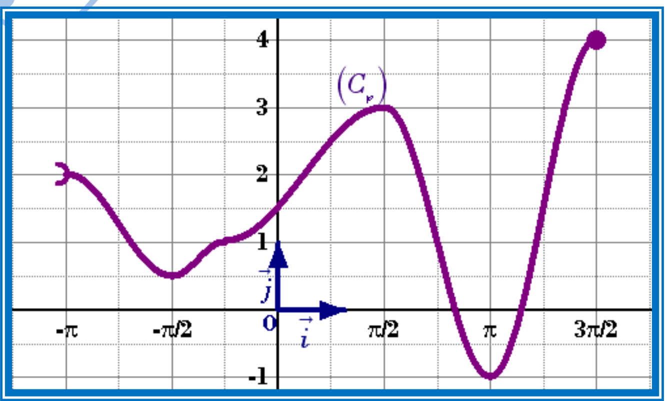
2- Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x)=\begin{cases}\frac{x}{f(x)} & \text{si } x\neq 0\\ \frac{1}{5} & \text{si } x=0\end{cases}$

a) Montrer que g est continue en 0. (1 pt)

b) Montrer que pour tout $x\in\left]\frac{2}{3},+\infty\right[$, on a : $\frac{x}{3x+2}\leq g(x)\leq\frac{x}{3x-2}$ (1 pt)

c) En déduire $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ (0,5 pt)

3- La courbe (C_φ) ci –dessous est celle d'une fonction φ définie sur $\left]-\pi,\frac{3\pi}{2}\right]$.



a) Déterminer $\varphi\left(\left]-\pi,\frac{3\pi}{4}\right]\right)$ et $\varphi\left(\left]-\pi,\frac{3\pi}{2}\right]\right)$ **(0,5 pt)**

b) Déterminer $\lim_{x\to 0}\varphi\left(\frac{\sin(x)}{x}-\frac{\pi}{2}-1\right)$ et $\lim_{x\to+\infty}\varphi\left(\frac{x^2+\sin(x)}{\cos(x)+x^2}-1\right)$ **(1 pt)**

4- Montrer que l'équation $x^3+2x=4$ admet une unique solution $\alpha\in\left]1,\frac{3}{2}\right[$ **(1 pt)**

EXERCICE N° 03 **(6 pts)**

Le $\mathscr{P}$ est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$.

Soient A et B deux points de $\mathscr{P}$ d'affixes respectives $z_A=1+i$ et $z_B=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$

On désigne par $(\mathscr{C})$ le cercle trigonométrique.

1- Donner la forme exponentielle de z_A et z_B. **(1 pt)**

2- Dans la suite de l'exercice , M désigne un point de $(\mathscr{C})$ d'affixe $z=e^{i\theta}$; $\theta\in[0,2\pi[$

On considère l'application h qui à tout point M de $(\mathscr{C})$ associe $h(M)=MA\times MB$

a) Montrer que pour tout $\theta\in\mathbb{R}$, on a : $e^{i(2\theta)}-1=2i\sin(\theta)e^{i\theta}$ **(1 pt)**

b) Montrer que $h(M)=\left|e^{i(2\theta)}-1-\left(\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i\right)e^{i\theta}\right|$ **(1 pt)**

c) En déduire que $h(M)=\sqrt{\frac{1}{4}+\left(-\frac{3}{2}+2\sin(\theta)\right)^2}$ **(1 pt)**

3-a) En utilisant 2-c) , montrer qu'il existe deux points M_1 et M_2 de $(\mathscr{C})$, dont on donnera leurs affixes pour les quels $h(M)$ est minimal. Donner cette valeur minimale. **(1 pt)**

b) En utilisant 2-c) , montrer qu'il existe un seul point M_3 de $(\mathscr{C})$, dont on donnera son affixe pour lesquels $h(M)$ est maximale. Donner cette valeur maximale. **(1 pt)**

EXERCICE N° 04 **(4 pts)**

1- Déterminer et représenter l'ensemble $\mathscr{E}=\left\{M(z)\text{ tel que }|z-2+i|=2\right\}$ **(2 pts)**

2- Déterminer et représenter l'ensemble $\mathscr{F}=\left\{M(z)\text{ tel que }\left|\frac{iz+1-i}{\bar{z}+2+i}\right|=1\right\}$ **(2 pts)**

Bon Travail....