L.B.H Matière: Mathématiques	Devoir de contrôle n°1	Prof: Bouzidi.D Niveau : 4èmeSc.

Exercice n°1:

Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer la lettre correspondant à la réponse choisie pour chaque question.

1) Une racine carrée de 16 – 30i est :

a) -3 + 5i. b) -5 + 3i. c) 3 + 5i.

2) L'écriture exponentielle du nombre complexe $\frac{\sqrt{2}+i\sqrt{6}}{1+i}$ est :

a) $2e^{i\frac{\pi}{12}}$. b) $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$. c) $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{3}}$.

3) Si z' et z'' sont les solutions de l'équation : $iz^2 + 5z + 3 - i\sqrt{7} = 0$ alors, z' + z'' est égal à:

a) 5 b) -5i c) 5i

Exercice n°2:

A) Résoudre dans C l'équation suivante : $z^2 - (1+\sqrt{2}\,i)z + \sqrt{2}\,i = 0$.

B) On donne les points A , B, M et M' d'affixes respectives : 1 ; $\sqrt{2}$ i ; z et z' = $\frac{z-i\sqrt{2}}{z-1}$ où z $\neq$ 1.

1) a) Montrer que $|z'| = \frac{BM}{AM}$.

b) En déduire l'ensemble des points M tel que $|z'| = 1$.

2) a) Montrer que pour tout nombre complexe z $\neq$ 1 on a : $|z'-1|.|z-1| = \sqrt{3}$.

b) En déduire que si M appartient au cercle de centre A et de rayon $\sqrt{3}$ alors, le point M' appartient à un cercle que l'on précisera.

3) Soit D le point d'affixe $z_D = e^{i\theta}$ où $\theta \in]0,\pi[$.

a) Vérifier que : $e^{i\theta} - 1 = 2i\sin(\frac{\theta}{2})e^{i\frac{\theta}{2}}$.

b) Déterminer la valeur de θ pour que ABD soit isocèle en A.

Exercice n°3:

Soit f la fonction définie sur $]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}[$ par : f(x) = tgx.

1) a) Dresser le tableau de variation de f.

b) Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.

c) Déterminer $f^{-1}(1)$.

2) Montrer que f^{-1} est dérivable sur J et calculer $(f^{-1})'(x)$ pour tout x dans J.

Exercice n°4:

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x} \ldots\ldots\ldots si..x \prec 0 \\ x+\sqrt{x^2+1} \ldots\ldots si..x \geq 0 \end{cases}$. On désigne par (C_f) ca courbe dans un repère orthonormé $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) a) Montrer que pour tout $x \prec 0$ on a : $-\frac{1}{x} \leq f(x) \leq \frac{1}{x}$.

b) En déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$. Interpréter le résultat graphiquement.

2) Montrer que f est continue en 0.

3) Etudier la dérivabilité de f à droite et à gauche de 0 et interpréter les résultats graphiquement.

4) Soit g la restriction de f sur l'intervalle $[0,+\infty[$.

a) Dresser le tableau de variation de g.

b) Montrer que g réalise une bijection de $[0,+\infty[$ sur un intervalle J que l'on précisera.(On note g^{-1} la fonction réciproque de g).

c) g^{-1} est-elle dérivable à droite de 1 ? justifier.

d) Expliciter $g^{-1}(x)$ pour x dans J.