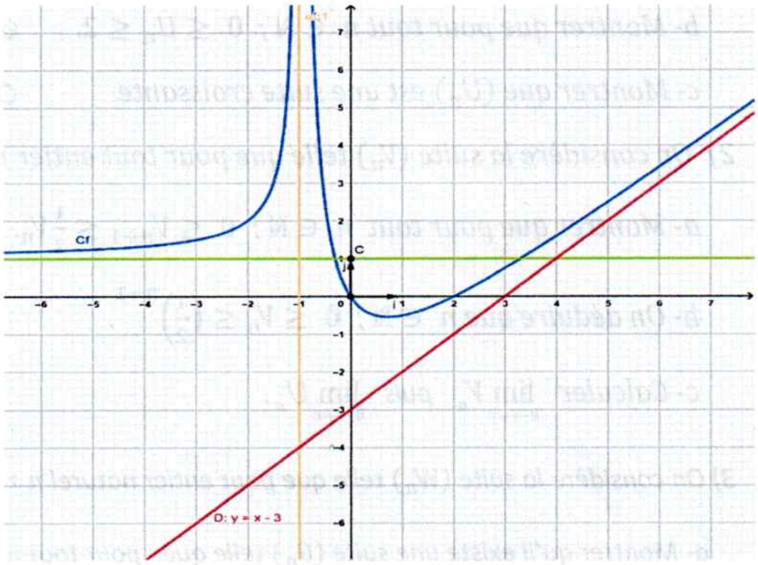
Lycée Khaled iBn El Walid	Devoir de contrôle N°1	Prof : Madhkour Samir
SECTION :	Science expérimentale 1	2022/2023
EPREUVE :	MATHEMATIQUES	DUREE : 2h

Exercice N° 1 : (5pts)



La courbe ci-contre représente une fonction f définie continue sur $IR \setminus \{-1\}$ qui admet :

- *Une asymptote oblique au voisinage de $+\infty$ d'équation : $y = x - 3$*
- *Une asymptote horizontale au voisinage de $-\infty$ d'équation : $y = 1$*
- *Une asymptote verticale d'équation : $x = -1$*

1) Déterminer graphiquement :

a- $\lim\limits_{x \to (-1)} f(x)$, déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f\left(\dfrac{-x+2}{x+3}\right)$

0,25 0,5

b - $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{1}{f(x) - x + 3}$ 0,5

0,25 0,25

2) a- Montrer que la fonction fof est continue sur $IR \setminus \{-1\}$. 0,5

b- Déterminer $\lim\limits_{x \to +\infty} fof(x)$ et $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{fof(x)}{f(x)}$. 0,5

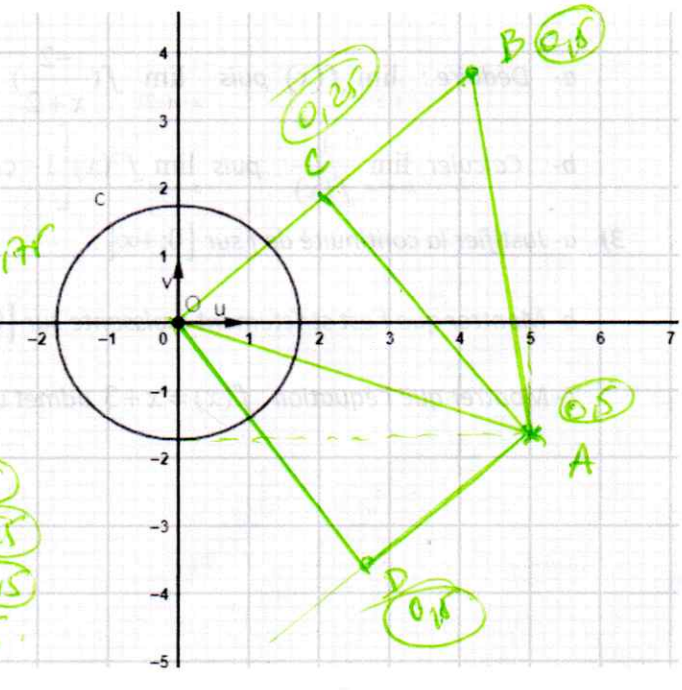
0,5

3) Soit la fonction g définie par : $\begin{cases} f\left(\frac{-2x}{\sin(x)}\right) & si\ x \in]0\,;\,\pi[\\ 2 & si\ \ x = 0 \\ 1 & si\ \ x = \pi \end{cases}$

a- Montrer que g est continue sur $[0\,;\,\pi]$. 0,5 + 0,5

b- Montrer que l'équation $g(x) = x - 2$ admet dans $[0\,;\,\pi]$ au moins une solution. 0,75

Exercice N° 2 : (4.5pts)



Le plan est rapporté à un repère orthonormé direct $(o; \vec{u}; \vec{v})$. On a tracé le cercle $C_{(o,\sqrt{3})}$.

On considère les points A et B d'affixes respectives $a = 5 - i\sqrt{3}$ et $b = 4 + 2i\sqrt{3}$.

1) a- Placer le point A. 0,5 (0,25 + 0,25)

b- Montrer que le triangle OAB est équilatéral. 0,75

c- Construire le point B. 0,5

2) Soit C le milieu du segment [OB].

a- Déterminer d affixe du point D tel que ABCD soit un parallélogramme. 0,5

b- Démontrer que $\frac{d-a}{d}$ est imaginaire pur. 0,75

c- Déduire la nature de triangle ODA. 0,25

d- Préciser la nature du quadrilatère ODAC. 0,5

e- Placer les points C et D . 0,25 + 0,5

Exercice N° 3 : (6pts)

1) On considère la suite numérique (U_n) définie par : $\begin{cases} U_0 = 0 \\ U_{n+1} = \sqrt{2+U_n} \end{cases}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

a- Calculer U_1 et U_2. 0,25 + 0,25

b- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 \le U_n \le 2$. 0,75

c- Montrer que (U_n) est une suite croissante. 0,5

2) On considère la suite (V_n) telle que pour tout entier naturel n : $V_n = 2 - U_n$

a- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $0 \le V_{n+1} \le \frac{1}{2}V_n$. 0,75

b- On déduire que $n \in \mathbb{N}$; $0 \le V_n \le \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$. 0,5

c- Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} V_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$. 0,5 + 0,5

3) On considère la suite (W_n) telle que pour entier naturel n : $W_n = 2^{n+1}\sqrt{2-U_n}$.

a- Montrer qu'il existe une suite (θ_n) telle que : pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_n = 2\cos(\theta_n)$ et $\theta_n \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. 0,5

b- Montrer que pour tout $n \in \mathbb{N}$; $U_{n+1} = 2\cos\left(\frac{\theta_n}{2}\right)$. **On suppose dans la suite que $\theta_n = \frac{\pi}{2^{n+1}}$** 0,5

c- Montrer que $W_n = 2^{n+2}\sin\left(\frac{\pi}{2^{n+2}}\right)$ puis calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} W_n$. 0,5 + 0,5

Exercice N° 4 : (4.5pts)

Soit la fonction définie sur IR par : $f(x) = \begin{cases} 1 + \dfrac{1-\cos(x)}{x^2} & si\ x \in \left]-\infty;0\right] \\ x + \sqrt{x^2 + \dfrac{9}{4}} & si\ x \in \left[0;+\infty\right[\end{cases}$

1) Etudier la continuité de f en 0. 0,75

2) a- Montrer que pour tout $x < 0$ on a : $1 \le f(x) \le 1 + \dfrac{2}{x^2}$. 0,5

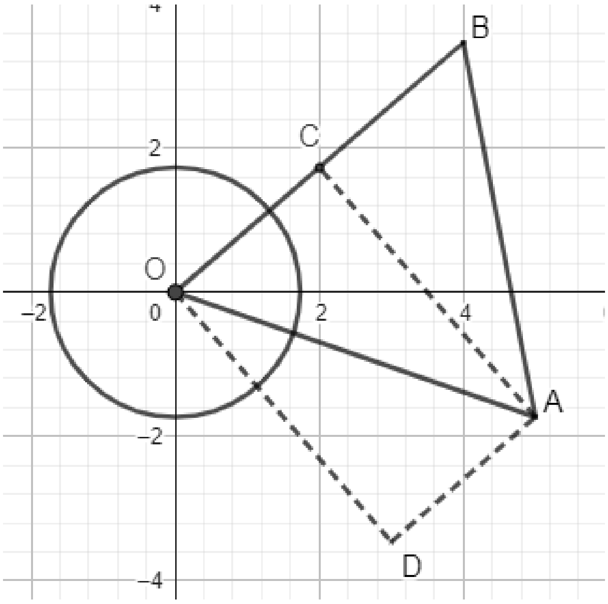
a- Déduire : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ puis $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f\left(\dfrac{-2}{x+2}\right)$ 0,5 + 0,5

b- Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{f(x)}$ puis $\lim\limits_{x\to+\infty} f^2(x)\left[1-\cos\left(\dfrac{1}{f(x)}\right)\right]$ 0,25 + 0,5

3) a- Justifier la continuité de f sur $\left[0;+\infty\right[$. 0,5

b- Montrer que f est strictement croissante sur $\left[0;+\infty\right[$. 0,5

c- Montrer que l'équation $f(x) = x+3$ admet une unique solution α sur $[2.5 ; 2.7]$. 0,5 + 0,25


B
C
2
O
−2
0
2
4
A
−2
D
−4

$|b| = \sqrt{4^2+(2\sqrt{3})^2} = \sqrt{16+12} = \sqrt{28}$.

$AB = |b-a| = |4+2i\sqrt{3} - 5 + i\sqrt{3}|$

$= |-1+3\sqrt{3}| = \sqrt{(-1)^2+(3\sqrt{3})^2} = \sqrt{28}$

on a : $OA = OB = AB$ et les points A, O et B non alignés donc le triangle OAB est équilatéral.

c- Voir figure.

2°/ $C = O * B$ donc $c = \frac{0+b}{2} = \frac{b}{2}$ avec c est l'affixe du point C.

a- ABCD est un parallélogramme équivaut que $\vec{AB} = \vec{DC}$

équivaut que : $b - a = c - d$ avec d l'affixe de D.

donc $d = c - b + a$.

$= \frac{1}{2}b - b + a$.

$= -\frac{1}{2}b + a = \frac{2a-b}{2}$.

$= \frac{2(5-i\sqrt{3}) - (4+2i\sqrt{3})}{2}$

$= \frac{10 - 2i\sqrt{3} - 4 - 2i\sqrt{3}}{2}$

$= \frac{6-4i\sqrt{3}}{2} = 3 - 2i\sqrt{3}$.

$\boxed{d = 3 - 2i\sqrt{3}.}$

b- $\frac{d-a}{d} = \frac{3-2i\sqrt{3} - 5 + i\sqrt{3}}{3-2i\sqrt{3}}$

$= \frac{-2-i\sqrt{3}}{3-2i\sqrt{3}} = \frac{(-2-i\sqrt{3})(3+2i\sqrt{3})}{9+12}$

$= \frac{-6 - 4i\sqrt{3} - 3i\sqrt{3} + 2\times(\sqrt{3})^2}{21} = -\frac{7i\sqrt{3}}{21}$ 3

$\frac{d-a}{d} = -\frac{7i\sqrt{3}}{21} \in i\mathbb{R}$

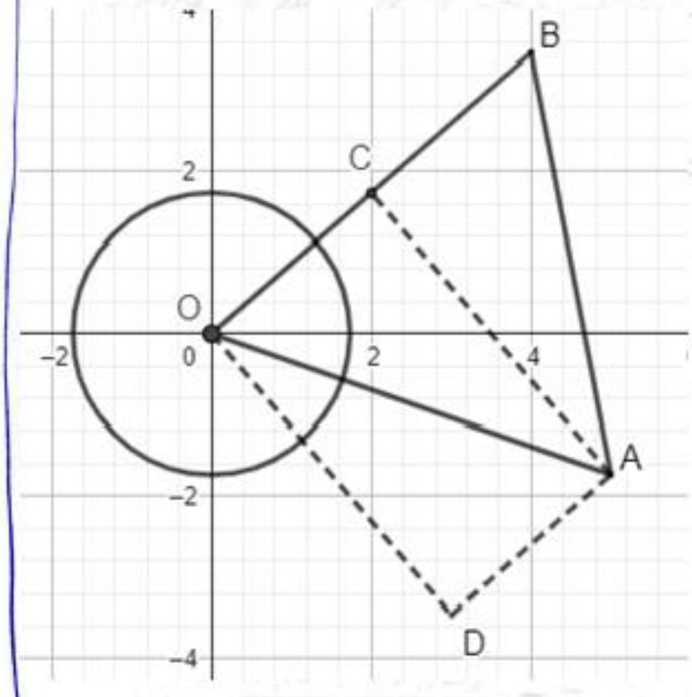
donc $\frac{d-a}{d}$ est imaginaire pur

c) $\frac{d-a}{d} \in i\mathbb{R}$ éq $\vec{DA} \perp \vec{DO}$

donc le triangle ODA est rectangle en D.

d- ABCD est un parallélogramme et $C = O * B$ donc OCAD est un parallélogramme et puisque $\vec{DA} \perp \vec{DO}$ donc OCAD est un rectangle.

e/ Voir figure.



Ex 3 : $\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \sqrt{2+u_n} \end{cases}$, $n \in \mathbb{N}$

a) $U_1 = \sqrt{2+U_0} = \sqrt{2}$.

$U_2 = \sqrt{2+\sqrt{2}}$.

Correction de devoir
de contrôle n°1

Prof : M-Samir

4Sc1

Ex1 :

1) a- $\lim\limits_{x\to(-1)} f(x) = +\infty$.

$\mathscr{C}_f$ admet une asy. verticale en (-1) au $V(+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(\frac{-x+2}{x+3}\right)$.

soit $\begin{cases} u(x) = \frac{-x+2}{x+3} \\ v(x) = f(x) \end{cases}$.

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} u(x) = -1 \\ \lim\limits_{x\to(-1)} f(x) = +\infty \end{cases}$

d'où $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(\frac{-x+2}{x+3}\right) = +\infty$.

b- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1}{f(x)-x+3} = +\infty$.

($\mathscr{C}_f$ est au dessus de l'asy oblique)

2) a- la fonction f est continue sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ à valeur dans $[-\frac{1}{2};+\infty[$, comme f continue sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ et $[-\frac{1}{2};+\infty[\subset \mathbb{R}\setminus\{-1\}$ donc f est continue sur $[-\frac{1}{2},+\infty[$

c-à-d $f\circ f$ est continue sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

b- $\lim\limits_{x\to+\infty} f\circ f(x)$

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty. \\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty. \end{cases}$

d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} f\circ f(x) = +\infty$.

* $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f\circ f(x)}{f(x)}$

soit $\begin{cases} u(x) = f(x) \\ v(x) = \frac{f(x)}{x} \end{cases}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} u(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = 1$ ($\mathscr{C}_f$ admet une asy. oblique d'éq $y = x-3$)

d'où $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f\circ f(x)}{f(x)} = 1$.

3) $g(x) = \begin{cases} f\left(\frac{-2x}{\sin(x)}\right) & \text{si } x\in]0;\pi[\\ 2 & \text{si } x = 0 \\ 1 & \text{si } x = \pi. \end{cases}$

a- g continue sur $]0;\pi[$ car composée de deux fonctions continue sur $]0;\pi[$.

Etudions la continuité de g à droite de 0 et gauche de π.

$\lim\limits_{x\to0^+} g(x) = \lim\limits_{x\to0^+} f\left(\frac{-2x}{\sin x}\right)$.

$\lim\limits_{x\to0^+} u(x) = \lim\limits_{x\to0} \left(\frac{-2x}{\sin x}\right)$

avec $\begin{cases} u(x) = \dfrac{-2x}{\sin x} \\ v(x) = f(x) \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{-2x}{\sin x} = \lim\limits_{x \to 0^+} \dfrac{-2}{\left(\frac{\sin x}{x}\right)}$

$= -2$ car $\boxed{\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin x}{x} = 1}$

f continue sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ et $f(-2) = 2$

donc $\lim\limits_{x \to 0^+} g(x) = 2 = g(0)$

d'où g continue à droite en 0.

* $\lim\limits_{x \to \pi^-} g(x) = \lim\limits_{x \to \pi^-} f\left(\dfrac{-2x}{\sin x}\right)$.

soit $\begin{cases} u(x) = \dfrac{-2x}{\sin x} \\ v(x) = f(x). \end{cases}$

$\lim\limits_{x \to \pi^-} u(x) = \lim\limits_{x \to \pi^-} \dfrac{-2x}{\sin x}$

$= -\infty$

Car $\lim\limits_{x \to \pi} \dfrac{x}{\sin x} = +\infty$

et $\lim\limits_{x \to -\infty} v(x) = \lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = 1$

d'où $\lim\limits_{x \to \pi^-} g(x) = 1 = g(\pi)$

donc g continue à gauche en π.

d'où g continue sur $]0;\pi[$, à droite de 0 et gauche de π et par suite g est continue sur $[0;\pi]$.

2

b- soit la fonction h définie par $h(x) = g(x) - x + 2$

h continue sur $[0;\pi]$ car somme de deux fonctions continue sur $[0;\pi]$, de plus

$h(0) = g(0) - 0 + 2 = g(0) + 2$

$= 2 + 2 = 4$.

$h(\pi) = g(\pi) - \pi + 2 = 1 - \pi + 2$

$= 3 - \pi$.

$h(0) \times h(\pi) < 0$ donc d'aprés le théoréme des valeurs intermediaire il existe $\alpha \in [0,\pi]$ tel que $h(\alpha) = 0$ admet au moins une solution

$h(\alpha) = 0$ éq $g(\alpha) = \alpha - 2$

donc α solution de l'éq

$g(x) = x - 2$ dans $[0;\pi]$.

<u>Ex2 :</u>

$a = 5 - i\sqrt{3}$ et $b = 4 + 2i\sqrt{3}$.

1/a - $a = 5 - i\sqrt{3}$.

$Re(a) = 5$ et $Im(a) = -\sqrt{3}$.

le point A est donc l'intersection de la tangente à $\mathcal{E}(0,\sqrt{3})$ au pt de coordonnés $(-\sqrt{3}, 0)$ et la droite d'éq $x = 5$.

b/ $|a| = \sqrt{5^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{28}$.

b- pour $n=0$ on a :

$0 \leq U_0 = 0 < 2$

donc vrai.

supposons que pour $n \geq 0$

on a : $0 \leq U_n \leq 2$ et démontrons

que pour $n \geq 0$ $0 \leq U_{n+1} \leq 2$

on a : $0 \leq U_n \leq 2$

$2 \leq U_n + 2 \leq 4$

$0 < \sqrt{2} \leq \sqrt{2+U_n} \leq \sqrt{4}$

$0 \leq U_{n+1} \leq 2$ donc vrai

d'où pour tout $n \in \mathbb{N}$ on a :

$0 \leq U_n \leq 2$

c- $U_{n+1} - U_n = \sqrt{2+U_n} - U_n$.

$= \dfrac{(\sqrt{2+U_n} - U_n)(\sqrt{2+U_n} + U_n)}{\sqrt{2+U_n} + U_n}$.

$= \dfrac{2 + U_n - U_n^2}{\sqrt{2+U_n} + U_n}$.

$= - \dfrac{U_n^2 - U_n - 2}{\sqrt{2+U_n} + U_n}$.

$= - \dfrac{(U_n+1)(U_n-2)}{\sqrt{2+U_n} + U_n}$.

Comme $0 \leq U_n \leq 2$ pour tout $n \in \mathbb{N}$

donc $U_n + 1 > 0$ et $U_n - 2 \leq 0$

avec $\sqrt{2+U_n} + U_n > 0$

En déduit que $U_{n+1} - U_n \geq$

donc la suite (U_n) est croissante.

2) $V_n = 2 - U_n$.

a- $V_0 = 2 - U_0 = 2 - 0 = 2$.

$V_1 = 2 - U_1 = 2 - \sqrt{2+U_0} = 2 - \sqrt{2}$.

$0 \leq V_1 \leq \frac{1}{2} V_0$ donc vrai

supposons que pour $n \geq 0$ on a :

$0 \leq V_{n+1} \leq \frac{1}{2} V_n$

et démontrons que pour tout $n \geq 0$

$0 \leq V_{n+2} \leq \frac{1}{2} V_{n+1}$

on a : $V_{n+2} = 2 - U_{n+2} = 2 - \sqrt{2+U_{n+1}}$

$= \dfrac{2^2 - (2+U_{n+1})}{2+\sqrt{2+U_{n+1}}}$

$= \dfrac{2 - U_{n+1}}{2+\sqrt{2+U_{n+1}}} = \dfrac{V_{n+1}}{2+\sqrt{2+U_{n+1}}}$

Comme : $2+\sqrt{2+U_{n+1}} \geq 2$ car $U_n \geq 0$

donc $\dfrac{1}{2+\sqrt{2+U_{n+1}}} \leq 2$

d'où $V_{n+2} \leq \frac{1}{2} V_{n+1}$

et comme $V_{n+2} = 2 - U_{n+2}$

et pour tout $n \in \mathbb{N}$ $0 \leq U_n \leq 2$

donc $V_{n+2} \geq 0$

d'où $0 \leq V_{n+2} \leq \frac{1}{2} V_{n+1}$

donc vrai.

conclusion :

pour tout $n \in \mathbb{N}$: $0 \leq V_{n+1} \leq \frac{1}{2} V_n$

b) pour $n=0$ on a :

$V_0 = 2 - U_0 = 2 - 0 = 2 > 0$

et $\left(\frac{1}{2}\right)^{0-1} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-1} = 2$

4

Comme on a supposer que $\theta_n = \frac{\pi}{2^{n+1}}$

donc $w_n = 2^{n+2} \sin\left(\frac{\theta_n}{2}\right)$

$$W_n = 2^{n+2} \sin\left(\frac{\pi}{2^{n+2}}\right).$$

$$\lim_{n\to+\infty} w_n = \lim_{n\to+\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2^{n+2}}\right)}{\frac{1}{2^{n+2}}}$$

$$= \lim_{n\to+\infty} \pi \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi}{2^{n+2}}\right)}{\left(\frac{\pi}{2^{n+2}}\right)} \right).$$

soit $\begin{cases} t_n = \frac{\pi}{2^{n+2}} \\ \alpha_n = \frac{\sin(n)}{n} \end{cases}$

$\begin{cases} \lim\limits_{n\to+\infty} t_n = 0 \\ \text{et} \\ \lim\limits_{n\to 0} \alpha_n = 1 \end{cases}$

donc $\lim\limits_{n\to+\infty} (\alpha \circ t)(n) = 1.$

et par suite

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2^{n+2}}\right)}{\pi/2^{n+2}} = 1$$

donc $\boxed{\lim\limits_{n\to+\infty} w_n = \pi}$

Ex4 :

$$f(x) = \begin{cases} 1 + \frac{1-\cos x}{x^2} & \text{si } x < 0 \\ x + \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

1) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \left(1 + \frac{1-\cos x}{x^2}\right)$

Comme $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos x}{x^2} = \frac{1}{2}$

donc $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}.$

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}.$

on a : $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} f(x) = f(0)$

donc f est continue en 0.

2) a- pour tout $x < 0$: $-1 \leq \cos x \leq 1$

$$-1 \leq -\cos x \leq 1$$

$$0 \leq 1 - \cos x \leq 2$$

$$0 \leq \frac{1-\cos x}{x^2} \leq \frac{2}{x^2}$$

$$1 \leq 1 + \frac{1-\cos x}{x^2} \leq 1 + \frac{2}{x^2}$$

donc $1 \leq f(x) \leq 1 + \frac{2}{x^2}$

b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(1 + \frac{2}{x^2}\right) = 1$

d'après le théo d'encadrement

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = 1.$$

* $\lim\limits_{x\to(-2)^+} f\left(\frac{-2}{x+2}\right).$

$\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-2)^+} \left(\frac{-2}{x+2}\right) = -\infty \\ \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1 \end{cases}$

donc $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(\frac{-2}{x+2}\right) = 1.$

6

c- pour $x \geq 0$; $f(x) = x + \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}}$.

donc $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$

d'où $\lim_{x \to +\infty} \frac{1}{f(x)} = 0$.

* $\lim_{x \to +\infty} f^2(x)\left(1 - \cos\left(\frac{1}{f(x)}\right)\right)$.

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{1}{f(x)}\right)}{1/f^2(x)}$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - \cos\left(\frac{1}{f(x)}\right)}{\left(\frac{1}{f(x)}\right)^2}$$

soit : $\begin{cases} g(x) = \frac{1}{f(x)} \\ k(x) = \frac{1 - \cos x}{x^2} \end{cases}$

$\begin{cases} \lim_{x \to +\infty} g(x) = 0 \\ \text{et} \\ \lim_{x \to 0} k(x) = \frac{1}{2} \end{cases}$

d'où $\lim_{x \to +\infty} k \circ g(x) = \frac{1}{2}$.

c-à-d $\lim_{x \to +\infty} f^2(x)\left(1 - \cos\left(\frac{1}{f(x)}\right)\right) = \frac{1}{2}$

3°/ $x \mapsto x^2 + \frac{9}{4}$ est défini continue positif sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $[0, +\infty[$, donc

$x \mapsto \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}}$ est continue sur $\mathbb{R}_+$

$x \mapsto x$ (polynôme) donc continue sur $\mathbb{R}$ en particulier sur $\mathbb{R}_+$

donc f somme de deux fonctions continues sur $\mathbb{R}_+$ et par suite f est continue sur $[0 ; +\infty[$.

b°/ pour tout $0 \leq a < b$

$$a^2 + \frac{9}{4} < b^2 + \frac{9}{4}$$

$$\sqrt{a^2 + \frac{9}{4}} < \sqrt{b^2 + \frac{9}{4}}$$

$$a + \sqrt{a^2 + \frac{9}{4}} < b + \sqrt{b^2 + \frac{9}{4}}.$$

car $(0 \leq a < b)$

donc $f(a) < f(b)$

et par suite f est strictement croissante sur $[0 ; +\infty[$.

c) on considère la fonction g définie sur $[0, +\infty[$ par :

$$g(x) = f(x) - x - 3.$$

$$= \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} + \cancel{x} - \cancel{x} - 3$$

$$= \sqrt{x^2 + \frac{9}{4}} - 3.$$

* g continue sur $\mathbb{R}_+$.
* g strictement croissante sur $\mathbb{R}_+$

En effet pour $0 \leq a < b$.

$g(a) < g(b)$ (Facile à demontrer)

de plus $g(2{,}5) =$

$g(2{,}7) =$

$g(2{,}5) \times g(2{,}7) < 0$ d'après le T.V.I des valeurs intermédiaires

7

il existe une unique $\alpha \in [2{,}5\,;2{,}7]$ tel que l'équation $g(x)=0$ admet une unique solution.

$g(x)=0$ éq à $f(x)=x+3$

donc l'éq $f(x)=x+3$ admet dans $[2{,}5\,;2{,}7]$ une unique solution α.

Samir Nadhkour

8