LS :02/03/34 Goubellat Date :9/11/2017 Classe : 4^{eme} année Prof :Hamdi	Devoir de contrôle N°1 Section: Sciences Expérimentales Epreuve: Mathématique Durée:2h Coefficient:3

EXERCICE N° 1 (4 Pts)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \begin{cases} \dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}} & \text{si } x \geq 0 \\ \dfrac{x \sin x}{x^2+1} & \text{si } x \prec 0 \end{cases}$

1 °) Montrer que f est continue en 0

2 °) a ° / Montrer que pour tout $x \in \left]-\infty ; 0\right[$ on a : $\dfrac{x}{x^2+1} \leq f(x) \leq \dfrac{-x}{x^2+1}$

b ° / Déduire $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

3 °) a ° / Montrer que $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 2$

b ° / Calculer ces limites

* $\lim\limits_{x \to -\infty} f\left(\dfrac{1}{x^2+1}\right)$ * $\lim\limits_{x \to 2^+} f\left(\dfrac{2x-1}{x-2}\right)$ * $\lim\limits_{x \to +\infty} f(-x^3+1)$

EXERCICE N° 2 (5 Pts)

I °) On donne $g(x) = x^2 + x - 1$

1 ° / Montrer que $g(x) = 0$ admet une unique solution α sur $\left[-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$

2 ° / Vérifier que $\alpha \in \left]0, 1\right[$

3 ° / Donner un encadrement de α d'amplitude 0,5

4 ° / Donner le signe de $g(x)$ sur $\left[-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$

II °) Soit la fonction f définie sur $\left[-\dfrac{1}{2}, +\infty\right[$ par : $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 6x - 3$

1 ° / Dresser le tableau de variation de f

2 ° / Montrer que $f(\alpha) = \alpha(\alpha - 4) - 3$

3 ° / On donne $h(x) = x^2 - 4x - 3$

a °) Etudier les variation de h sur $\left[\dfrac{1}{2}, 1\right]$

b °) En déduire que : $-6 \leq f(\alpha) \leq -\dfrac{19}{4}$

4 ° / a °) Montrer que l'équation : f (x) = 0 admet deux solutions β et θ tells que

$$-\frac{1}{2} \leq \beta \leq \alpha \leq \theta$$

b °) Donner le signe de f (x) sur $\left[-\frac{1}{2} , +\infty \right[$

EXERCICE N° 3 (5 Pts)

Dans l'annexe ci _joint on a représenté dans un repère orthonormé $(O , \vec{i} , \vec{j})$

la courbe C_f d'une fonction f définie sur [-2 , 4] par $f(x) = \frac{-3x+8}{x-5}$

1 °) Déterminer f ([-2 , 4])

2 °) Soit la suite U définie sur $\mathbb{N}$ par : $\begin{cases} U_0 = 3 \\ U_{n+1} = f(U_n) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N} \end{cases}$

a ° / Placer sur l'axe $(O , \vec{i})$ les termes U_0 ; U_1 ; U_2 et U_3

b ° / Quelle conjecture peut_on émettre à propos de la convergence de la suite U

3 °) a ° / Montrer par récurrence que pour tout $n \in \mathbb{N}$,$-2 \leq U_n \leq 4$

b ° / Montrer que la suite U est décroissante

c ° / En déduire que la suite U est convergente et déterminer sa limite

4 °) On pose la suite V définie sur $\mathbb{N}$ par : $V_n = \frac{U_n + 2}{U_n - 4}$

a ° / Montrer que la suite V est une suite géometrique de raison $\frac{1}{7}$

b ° / Exprimer V_n puis U_n en fonction de n

c ° / Retrouver la limite de la suite U

EXERCICE N° 4(6 Pts)

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O , \vec{U} , \vec{V})$

On considère les points A ; B et C d'affixes respectives $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$; $Z_B = 2\sqrt{2}\, e^{i\frac{\pi}{12}}$ et

$Z_C = -\sqrt{3} + i$

1 °) a ° / Donner une ecriture exponentielle de Z_A et Z_C

b ° / Construire les points A et C

c ° / Vérifier que $\frac{Z_C}{Z_A}$ est imaginaire puis déduire la nature de triangle OAC

2 °) On donne Z = 1 - i

a ° / Ecrire Z sous forme exponentielle

b ° / En déduire que $(1 - i) Z_A = Z_B$

c ° / Montrer que : $Z_A - Z_C = (1 - i) Z_A$

d ° / En déduire que OBAC est un parallelogramme puis construire B

3 °) a ° / Ecrire Z_B sous forme algébrique

b ° / Déduire les valeur exacte de Cos $\frac{\pi}{12}$ et Sins $\frac{\pi}{12}$

4 °) a ° / Construire le cercle (C) de centre O et de rayon $2\sqrt{2}$

La perpendiculaire à (OB) passont par O coupe le cercle (C) en un point D d'affixe Z_D dont sa partie imaginaire est positive

b ° / Montrer que $Z_D = i Z_B$

c ° / Montrer que OADC est un carré

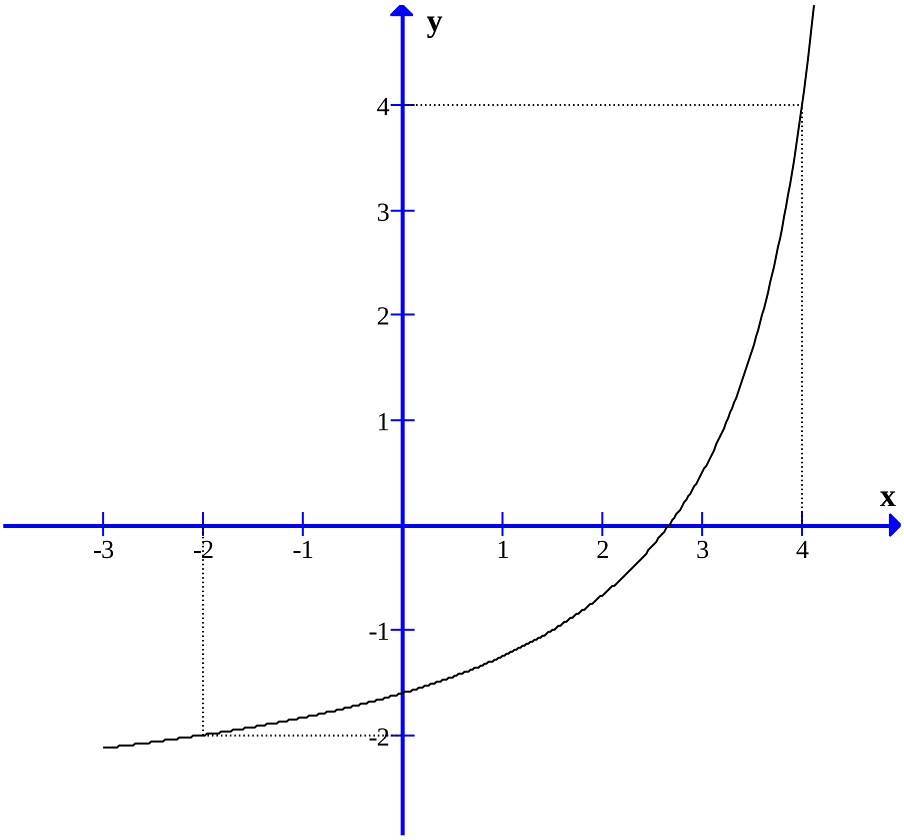
BONNE CHANCE

Nom :……………

Prénom :……………………

Classe :…………………………….

EXERCICE N° 3



EXERCICE N° 4