Lycée El Amel Fouchana	Devoir de contrôle n°01		
Prof : B. Zouhaier	4 ème SC 2	Lundi 13-11-2017	Durée : 2heures

Exercice n°1(4,5 points) :

Les trois parties I,II et III sont indépendantes

I/

1. Enoncer la formule de Moivre
2. Démontrer que $\left(cos\frac{\pi}{8} + isin\frac{\pi}{8}\right)$ est une racine carrée du nombre complexe $\frac{1+i}{\sqrt{2}}$

II/(o,$\vec{u}$,$\vec{v}$) désigne un repére orthonormé du plan complexe $A, B\ et\ C$ d'affixes respectives 1, i et-1 , cocher la réponse exacte, aucune justification n'est demandée

1. L'ensemble des points M d'affixes Z tels que $\frac{Z-1}{Z+1} = i$ est :

a) le singleton {B} ; b) la droite (AC) ; c) le cercle de diamètre [AC]

2. L'ensemble des points M d'affixes Z tels que $\bar{Z} - iZ - 1 + i = 0$ est :

a)la droite (AB) ; b)la droite (AC) ; c)la droite (BC)

III/Répondre par **vrai** ou **faux** en justifiant la réponse

1. La suite définie sur IN par $U_n = \frac{4^n-3^n}{3^n+4^n}$ est convergente vers 1
2. La suite définie sur IN par $V_n = \frac{(-2)^n}{(-2)^n+1}$ est divergente

Exercice n°2(5,5points) :

1. a)Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2 + 4iz - 7 = 0$
   b)En déduire les solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^2 - 4iz - 7 = 0$

Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé (o,$\vec{u}$,$\vec{v}$), on considère les points $G, A\ , B\ et\ C$ d'affixes respectives : $i, (-\sqrt{3} + 2i), (\sqrt{3} + 2i)\ et - i$ et (Γ) le cercle de centre G et rayon 2

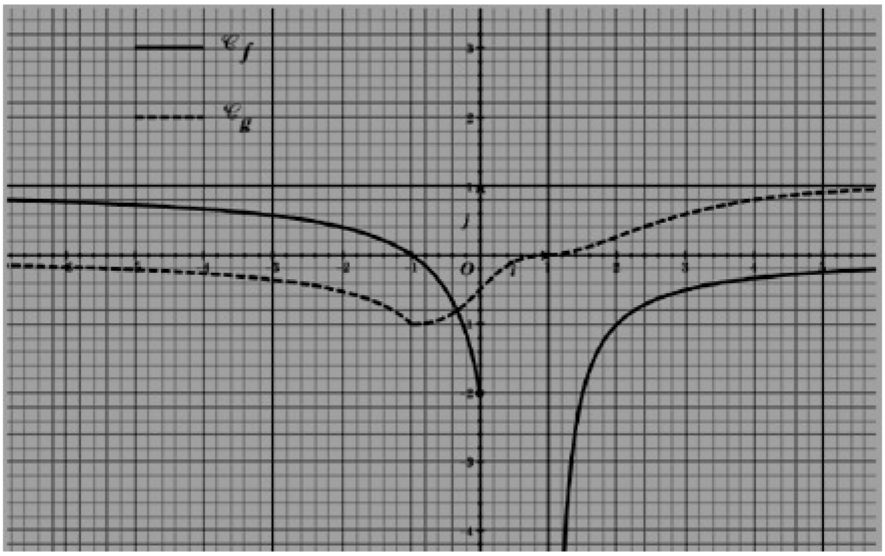
2. a)Montrer que A et B appartiennent à (Γ)
   b) Construire alors les points $G, A, B, et\ C$
3. a) Vérifier que ABC est équilatéral
   b) Déterminer l'affixe du point D pour que $ABCD$ soit un losange.
   c) Calculer l'aire du losange $ABCD$
4. Montrer que G le centre de gravité de ABC

Exercice n°3(4points) :

Dans la figure ci-contre on a représenté les fonctions $f\ et\ g$ définies respectivement sur $]-\infty; 0] \cup]1; +\infty[\ et\ IR$.

- Les droites $x = 1; y = 1$ et $y = 0$ sont les asymptotes de $(\mathcal{C}_f)$
- les droites $y = 0$ et $y = 1$ sont les asymptotes de $(\mathcal{C}_g)$

1. Déterminer $\lim_{x\to-\infty} fog$ et $\lim_{x\to 1^-} fog$
2. Déterminer l'ensemble de définition de fog
3. Déterminer l'image de l'intervalle $]-\infty, 1]$ par g
4. Résoudre graphiquement $fog(x) = 0$
5. Montrer que fog est continue sur $]-\infty, 1]$



Exercice n°4 (6points):

On considère la fonction f définie sur IR par : $\begin{cases} f(x) = \sqrt{x^2+1} - 1 & si\ x \leq 0 \\ f(x) = \frac{\sin(x) - x}{x} & si\ x > 0 \end{cases}$

On désigne par (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1) Montrer que f est continue en 0 .
2) a) Montrer que la droite Δ: $y = -(x+1)$est une asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$.

   b) Montrer que $\frac{-1}{x} - 1 \leq f(x) \leq \frac{1}{x} - 1$ pour tout $x > 0$

   c)Déduire $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ et interpréter graphiquement ce résultat.
3) Montrer que l'équation : $f(x) = -\frac{1}{2}$, admet au moins une solution α *dans* $\left]\frac{\pi}{2}; \pi\right[$.
4) Soit la fonction g définie sur $\left]-\frac{\pi}{2}, 0\right]$ par : $\begin{cases} g(x) = \frac{f(\tan(x))}{\tan(x)} & si\ -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ g(0) = 0 \end{cases}$

   a) Vérifier que pour tout $x \epsilon \left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$ *on a* : $g(x) = \frac{1-\cos(x)}{\sin(x)}$

   b) Déduire que g est continue à gauche en 0 .

   c)Montrer que g est continue sur $\left]-\frac{\pi}{2}, 0\right[$

<u>Bon travail</u>