Lycée Secondaire Elcanal-Bizerte
Devoir de controleN°1
Classe: 4ème science 3
Prof: BEN TAHER Makrem

Lycée Secondaire Elcanal-Bizerte
Devoir de controleN°1
Classe: 4ème science 3
Prof: BEN TAHER Makrem

Exercice N°1 :(3 points)

Avec justification, choisir la bonne réponse :

$2\cos\left(\frac{\pi}{8}\right)e^{i\frac{\pi}{8}} =$	$\frac{\sqrt{2}-2}{2}-\frac{\sqrt{2}}{2}i$	$\frac{\sqrt{2}+2}{2}+\frac{\sqrt{2}}{2}i$	$\frac{\sqrt{2}}{2}+\frac{\sqrt{2}+2}{2}i$
$\left(\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)+i\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)\right)^5 =$	1	-1	0
$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{x+9}-3}{x} =$	$-\infty$	$+\infty$	0
Si un entier U vérifiant $\frac{n^2+4}{n^2} \le U_n \le 4+\frac{5}{n}$	U converge vers 0	U converge vers 4	U diverge

Exercice N°2 :(5 points)

Soit U_n la suite définie sur IN par : $\begin{cases} U_0 = 5 \\ U_{n+1} = \dfrac{5U_n - 4}{U_n} \end{cases}$

1/ a/ Montrer que $U_n \ge 4$

b/ Montrer que la suite U_n est décroissante

c/ Déduire la convergence de la suite U_n puis déterminer sa limite L.

2/ a/ Montrer que $\forall\ n \in IN\ ;\ U_{n+1} - 4 \le \frac{1}{4}(U_n - 4)$

b/ En déduire que $\forall\ n \in IN\ ;\ U_n - 4 \le \left(\frac{1}{4}\right)^n$

c/ Déterminer alors $\lim\limits_{n\to+\infty} U_n$

Exercice N°3:(6 points)

Soit f la fonction définie sur IR par : $f(x)=\begin{cases}\dfrac{1+x\sin(4x)}{x^2+1} & \text{si } x\succ 0\\ x^3+2x+1 & \text{si } x\leq 0\end{cases}$

1/ Montrer que f est continue en 0.

2/ a/ Montrer que pour tout $x\succ 0$ on a : $\dfrac{1-x}{x^2+1}\leq f(x)\leq\dfrac{1+x}{x^2+1}$

b/ Déduire $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

c/ calculer $\lim_{x\to 2^+} f\left(\dfrac{3}{x-2}\right)$; $\lim_{x\to+\infty} f\left(\dfrac{2x^3+2}{x^5-1}\right)$ et $\lim_{x\to-\infty} f\left(\dfrac{-2x+5}{x-1}\right)$

3/ a/ Pour tout x de $\left]-\infty,0\right]$, calculer $f'(x)$ b/ dresser le tableau de variation sur $\left]-\infty,0\right]$

c/ Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet dans $\left]-\infty,0\right]$ une unique solution α puis vérifier que $-0,5\prec\alpha\prec-0,4$

d/ Déduire le signe de f sur $\left]-\infty,0\right]$

Exercice N°4:(6 points)

1/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $(E): z^2-2\sqrt{3}z+4=0$

2/ Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O,\vec{u},\vec{v})$, on considère les points A, B et C d'affixes respectifs : $z_A=2ie^{i\frac{\pi}{6}}$, $z_B=\sqrt{3}+i$ et $z_C=(1+i)z_B$

a/ Ecrire z_A et z_B sous forme exponentielle

b/ Construire les points A et B. On laisse les traces de construction

c/ Montrer que OAB est un triangle rectangle et isocèle en O

d/ Vérifier que OACB est un parallélogramme e/ Déduire que OACB est un carré

3/ Soit le point M d'affixe $z_M=e^{2i\theta}-1$ avec $\theta\in\left]0,\pi\right[$

a/ Vérifier que : $z_M=2i\sin\theta e^{i\theta}$

b/ Déterminer la valeur de θ pour que les points O, B et M sont alignés.