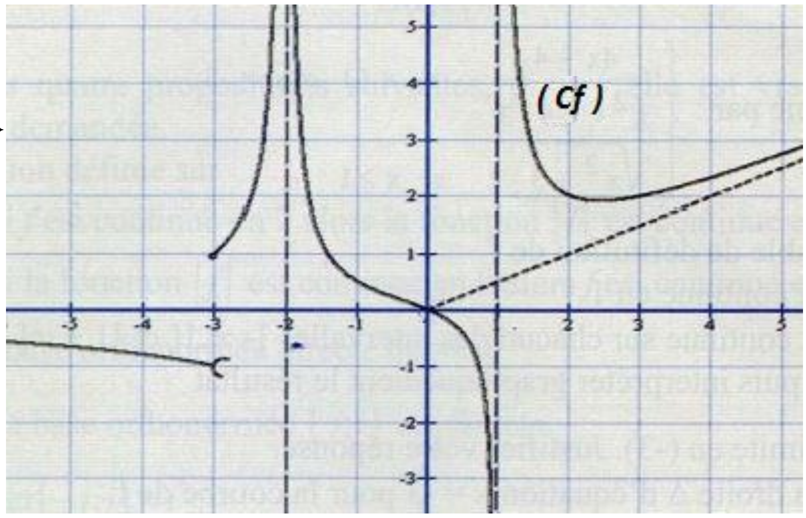
Lycée Houmet Souk	Devoir de Contrôle N : 1	3 Mathématique 2
Prof : Loukil Mohamed	Durée : 2 Heures	14 - 11 - 2015

EXERCICE N : 1 (9 points)

La courbe **(Cf)** ci-contre est la représentation graphique d'une fonction f définie sur $IR \setminus \{-2, 1\}$

L'axe des abscisses est une asymptote horizontale pour **(Cf)** au voisinage de $-\infty$.



I) Par lecture graphique , déterminer :

1) $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{f(x)}{x}$

$\lim\limits_{x\to +\infty} [f(x) - \dfrac{x}{2}]$; $\lim\limits_{x\to -3^+} f(x)$;

$\lim\limits_{x\to -2} f(x)$; $f(\,]-2\,;1[\,)$ et $f(\,]-\infty\,;-2[\,)$.

2) Déterminer le signe de $f(x)$ sur $IR \setminus \{-2, 1\}$.

3) Déterminer les réels m , pour que l'équation : $f(x) = m$ admet une unique solution .

II) On donne la fonction g définie sur IR par : $\begin{cases} g(x) = f(x) & \text{si } x \in \left]-\infty\,;-3\right[\cup \left[2\,;+\infty\right[\\ g(x) = x(a\,\mathbf{E}(x) + b) & \text{si } x \in \left[-3\,;2\right[\end{cases}$

où a et b sont deux paramètres réels et **E** est la fonction partie entière .

Déterminer les valeurs de a et b pour que g soit continue en -3 et 2 .

III) Soit h la fonction définie par : $h(x) = \dfrac{1}{f(x)}$.

1) a) Déterminer $\mathbf{D_h}$ le domaine de définition de h .

b) Déterminer $\mathbf{D_c}$ le domaine de continuité de h .

2) a) Prouver que h est prolongeable par continuité en 1 .

b) h est elle prolongeable par continuité en (-3) ? justifier la réponse .

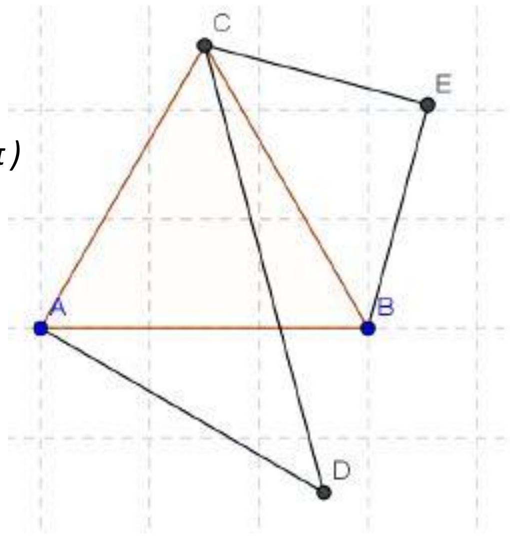
3) a) Déterminer $\lim\limits_{x\to 0^+} h(x)$ et $\lim\limits_{x\to 0^-} h(x)$. Interpréter géométriquement les résultats obtenus

b) Déterminer $\lim\limits_{x\to +\infty} h(x)$. Interpréter géométriquement le résultat obtenu .

4) a) Montrer que h est strictement croissante sur $]-2\,;0[$ puis déduire $h(\,]-2\,;0[\,)$.

b) Montrer que l'équation : $h(x) = 2$ admet une unique solution α dans $]-2\,;0[$.

EXERCICE N : 2 (3 points)



Le plan P est orienté dans le sens direct .

On considère le triangle équilatéral ABC tel que $(\widehat{\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{\pi}{3} (2\pi)$

*et ADC et ECB deux triangles **directs** rectangles et isocèles respectivement en A et E . **(Voir figure)***

1) *Déterminer les mesures principales des angles orientés*

$(\overrightarrow{BE}\,;\overrightarrow{BA})$, $(\overrightarrow{AD}\,;\overrightarrow{AB})$ et $(\overrightarrow{AD}\,;\overrightarrow{EC})$.

2) a) *Montrer que :* $(\widehat{\overrightarrow{BA}\,;\overrightarrow{BD}}) \equiv \frac{5\pi}{12} (2\pi)$.

b) *Déduire que les points E , B et D sont alignés .*

EXERCICE N : 3 (8 points)

Le plan P *est rapporté au repère orthonormé* $\mathbf{R}\,(O, \vec{i}, \vec{j})$ **.**

On considère les points $A(-1, 4)$, $B(-3, -2)$ *et* $C(\frac{1}{2}, 1)$.

I) 1) *Calculer* $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ *puis déduire la valeur de* $\widehat{BAC}$ *en radian .*

2) *Soit* $\Delta = \{ M(x, y) \in P$ *tels que :* $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BM}\cdot\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{AB} = 0 \}$.

a) *Vérifier que B est un point de* Δ .

b) *Prouver que l'orthocentre H du triangle ABC est un point de* Δ .

c) *Montrer que* Δ *est une droite dont une équation cartésienne dans* $\mathbf{R}$ *est :* $x - 2y - 1 = 0$.

d) *Que représente* Δ *pour le triangle ABC ?*

3) *Soit* $\Gamma = \{ M(x, y) \in P$ *tels que :* $\overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{BM} + \overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{AB} = -2 \}$.

a) *Montrer que* Γ *est le cercle de centre A et de rayon* $2\sqrt{5}$.

b) *Montrer que* Γ *et* Δ *sont tangents .*

II) *On désigne par G le barycentre des points pondérés (A , 2) et (B , - 3) .*

1) *Montrer que pour tout* $M \in P$ *on a :* $2\,MA^2 - 3\,MB^2 = 240 - MG^2$.

2) *Discuter, suivant les valeurs de k , la nature de* $(\mathcal{C}_k) = \{ M \in P$ *tels que :* $2\,MA^2 - 3\,MB^2 = 20k \}$ **.**

3) *Montrer que* $(\mathcal{C}_k)$ *est un cercle **tangent extérieurement** à* Γ *si et seulement si* $k = 6\sqrt{2} - 7$.

Bon travail.