Lycée Ibn Khaldoun Jammel A.S 2015/2016	**Devoir de Contrôle n°1** Mathématiques	Mr : Afli Ahmed Classe : 3M Durée : 120mn

❖ Exercice n°1 : (4points)

- *Pour chacune des questions suivantes, une seule des trois réponses proposées est correcte.*
- *L'élève indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre de la réponse choisie.*
- *Aucune justification n'est demandée.*

1) Soit P,Q,R et S quatre points distincts du plan vérifiant : $\overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PQ}.\overrightarrow{PS}$ alors on a :

(a) $\overrightarrow{PR} = \overrightarrow{PS}$ (b) $(PQ) \perp (RS)$ (c) $\overrightarrow{QR} = \overrightarrow{QS}$

2) (a) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-\sqrt{x}}{x-1} = 0$ (b) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-\sqrt{x}}{x-1} = \frac{1}{2}$ (c) $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x-\sqrt{x}}{x-1} = +\infty$

3) Soit la fonction $f : x \longmapsto \frac{2016}{E(x)+1}$, (E est la fonction partie entière), L'ensemble de définition de f est :

(a) [-1 ;0[(b) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ (c) $]-\infty$;-1[$\cup\ [0;+\infty[$

4) Soit f une fonction continue sur [-3,6] et dont le tableau de variation est le suivant :

x	-3		0		2		6
f	-1	↗	3	↘	-4	↗	-1

(a) L'équation f(x) = -1 admet exactement deux solutions dans [-3,6].
(b) l'image de l'intervalle [-3,2] par f est [-4,-1]
(c) $f(3) \leq f(-1)$

❖ Exercice n°2 : (6points)

I- Soit g la fonction définie sur $]-\infty, 0]$ par : g(x) = $\sqrt{x^2+4} - x$.

1.) Montrer que pour tout $x \in]-\infty, 0]$ on a : $x^2 + 4 \geq (x+2)^2$.
2.) En déduire que la fonction f est minorée par 2.
3.) 2 est-il un minimum de g sur $]-\infty, 0]$? Justifier.

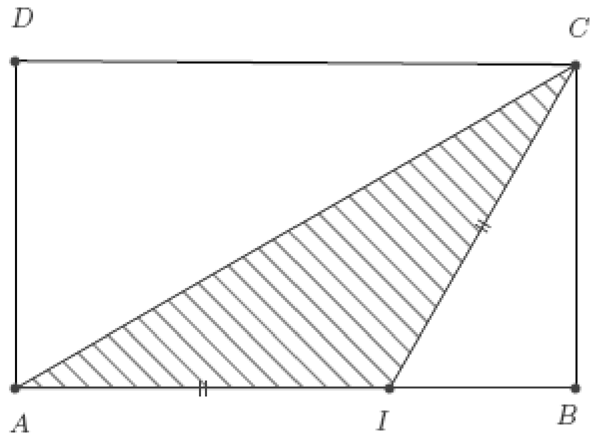
II- Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ par : $\begin{cases} f(x) = g(x) & si\ x \leq 0 \\ f(x) = \frac{2x^3+x^2-x-2}{x-1} & si\ x > 0 \end{cases}$

1) a. Montrer que f est continue sur chacun des intervalles $]-\infty; 0]$;]0 ;1[et]1 ;+∞[
b. Montrer que f est continue en 0
c. f est-elle prolongeable par continuité en 1 ? Justifier

2) On pose p(x) = $2x^3 + x^2 - 4$
a. Justifier la continuité de p sur R
b. Montrer que p(x)= - 2 admet une solution $\alpha \in]0,1[$
c. En déduire que f(α) $= \frac{\alpha}{1-\alpha}$
d. On suppose que α est unique .Donner un encadrement de α d'amplitude 0,5.

❖ **Exercice n°3 :** (6points)

Dans la figure ci-contre ABCD est un rectangle tel que AC = $4\sqrt{3}$ et I un point de [AB] tel que IA =IC = 4



1. a. Montrer que $AC^2 = IA^2 + IC^2 - 2\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IC}$

   b. En déduire que $\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IC} = -8$

   c. Montrer alors que $\cos(\widehat{AIC}) = -\frac{1}{2}$ et que BI = 2

2. a. Montrer que $\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{CB} = 12$ et que $\overrightarrow{CI}.\overrightarrow{CD} = 12$

   b. En déduire que (CI) ⊥(BD)

3. Soit Δ= $\{M \in \wp, MA^2 - MI^2 = 32\}$

   a. Montrer que pour tout point $M \in \wp, MA^2 - MI^2 = 2\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{AI}$ avec O est le milieu de [AI].

   a. Montrer que $C \in \Delta$.

   b. Montrer que Δ est une droite que l'on précisera.

4. Soit $\Gamma = \{M \in \wp, MA^2 + MI^2 = 64\}$

   a. Montrer que $C \in \Gamma$

   b. Montrer que Γ est un cercle que l'on précisera.

❖ **Exercice n°4 :**(4points)

Dans la figure ci-contre on a : $(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}}) \equiv \frac{-53\pi}{3}$; $(\widehat{\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}}) \equiv \frac{49\pi}{3}[2\pi]$ et (CD) la médiatrice de [AB]

1. Montrer que le triangle ABC est équilatéral.

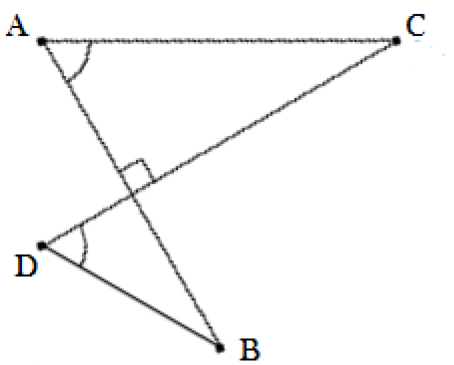
2. Montrer que les points A, B, C et D sont sur un même cercle (C)

3. Montrer que $(\widehat{\overrightarrow{BD}, \overrightarrow{BA}}) \equiv \frac{-\pi}{6}[2\pi]$

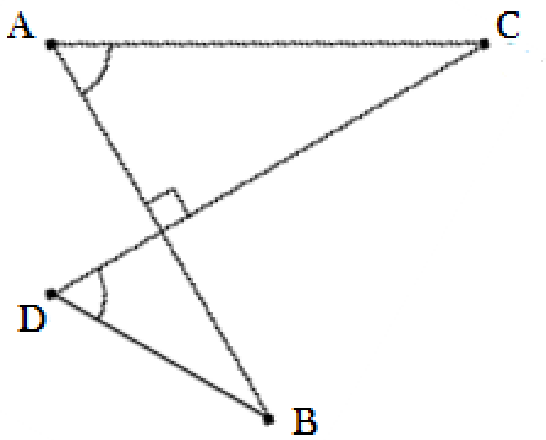
4. En déduire que (BC) ⊥(BD) et que (C) est le cercle de diamètre [DC]

5. Reproduire la figure sur votre copie puis déterminer et construire l'ensemble des points M tels que

   $(\widehat{\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA}}) \equiv \frac{-\pi}{6}[2\pi]$



❖ Exercice 4 :



❖ Exercice 4 :