Lycée Nfidha I
Prof : Kefi Chokri
Classe : $3^{ème}$ $M_1$

# Devoir de contrôle N° 1
# Mathématiques

Année : 2014/2015
Date : 10/11/2014
Durée : 2 heures

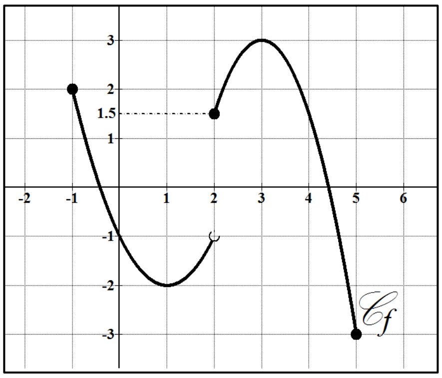
## Exercice 1 : QCM (4pts)

Pour Chacune des questions suivantes une seule des trois réponses proposées est exacte. Indiquer le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée :

1) Soit $f$ une fonction définie sur $IR\setminus\{2\}$ tel que $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x) = -2$ et $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x) = -2$ alors :

a/ $f$ est continue en 2.
b/ $f$ est prolongeable par continuité en 2. (1pt)
c/ $f(2) = -2$

2) Dans le plan muni d'un repère orthonormé, $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de la fonction $f$ définie sur $[-1\ ,\ 5]$.
( Voir la figure ci-contre )




a/ $f\left(]-1\ ,\ 5]\right) = [-3,-1[ \cup \left[\frac{3}{2}, 3\right]$ (1pt)

b/ $f\left(]-1\ ,\ 5]\right) = [-2\ ,\ 2[$

c/ $f\left(]-1\ ,\ 5]\right) = [-3\ ,\ 3]$

3) Soit A et B deux points de P tel que $AB = 4$.
On désigne par $(E)$ l'ensemble des points M du plan tel que : $(E) = \{\ M \in\ P\ /\ \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB} = 8\ \}$

a/ $(E)$ est le cercle de diamètre $[AB]$.
b/ $(E)$ est la médiatrice de $[AB]$. (1pt)
c/ $(E)$ est le milieu de $[AB]$

4) Soit $\vec u$, $\vec v$ et $\vec w$ 3 vecteurs du plan orienté P telle que $\left(\widehat{2\vec u, -3\vec v}\right) \equiv \frac{11\pi}{12}[2\pi]$ et $\left(\widehat{-\frac{1}{2}\vec w, 3\vec v}\right) \equiv -\frac{7\pi}{12}[2\pi]$,

alors :

a/ $\vec u$ et $\vec w$ sont colinéaires de même sens
b/ $\vec u$ et $\vec w$ sont colinéaires de sens contraires (1pt)
c/ $\vec u$ et $\vec w$ sont orthogonaux

## Exercice 2 : (6pts)

Soit ABC un triangle isocèle en A tel que $AB = 5$ et $BC = 6$ et soit $I = B * C$

1/ Calculer AI. (0.5pt)

2/ Montrer que $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 7$ (0.75pt)

3/ Soit H le barycentre des points pondérés $(A,1)$ et $(B,-2)$.

a) Calculer AH et BH. (0.75pt)

b) Déterminer l'ensemble $(E) = \{\ M \in P\ /\ MA^2 - 2MB^2 = 25\ \}$. (1pt)

4/ Soit la fonction f définie par : $\mathbf{f : P \longrightarrow IR}$

$$\mathbf{M \longrightarrow \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{IM}\cdot\overrightarrow{BC}}$$

a) Calculer $f(B)$ et $f(C)$. (1pt)

b) Montrer que pour tout point M du plan P on a : $f(M) = \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AC}$. (1pt)

c) Déterminer l'ensemble $(F) = \{\ M \in P\ /\ f(M) = 25\ \}$. (1pt)

## Exercice 3 : (3pts)

Soit A , B , C et D quatre points du plan tel que :

$$\left(\widehat{\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}}\right)\equiv-\frac{\pi}{4}[2\pi] \quad ; \quad \left(\widehat{\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BD}}\right)\equiv\frac{7\pi}{12}[2\pi] \quad \text{et} \quad \left(\widehat{\overrightarrow{DA},\overrightarrow{DC}}\right)\equiv\frac{4\pi}{3}[2\pi]$$

1/ Déterminer la mesure principale des angles $\left(\widehat{\overrightarrow{AD},\overrightarrow{DC}}\right)$ et $\left(\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{AB}}\right)$. (1.5pt)

2/ Déterminer la mesure principale de l'angle $\left(\widehat{\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC}}\right)$. (1pt)

3/ En déduire la nature du triangle BCD. (0.5pt)

## Exercice 4 : (7pts)

Soit la fonction $f$ définie par : $f(x)=\begin{cases} \dfrac{x^2+2x+1}{(x+1)} & si\ \ x\in\,]-\infty\,;-1[ \\ \dfrac{|x|}{2}+\dfrac{1}{2} & si\ \ x\in[-1\,;0[ \\ \dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} & si\ \ x\in\,]0\,;+\infty[ \end{cases}$

1) Déterminer le domaine de définition de $f$. (0.5pt)

2) Etudier la continuité de $f$ en -1 . (1pt)

3) a/ Calculer $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)$ (1pt)

b/ $f$ est-elle continue en 0 ? (0.5pt)

c/ $f$ est-elle prolongeable par continuité en 0 ? (0.5pt)

4) Montrer que $f$ est minorée par 0 et majorée par $\frac{1}{2}$ sur $]0\,,+\infty[$ . (1pt)

5) Montrer que $f$ est décroissante sur $]0\,,+\infty[$ . (0.75pt)

6) Soit la fonction $g$ définie sur IR par $g(x)=\begin{cases} \dfrac{x^3+x}{2x} & si\ \ x\in\,]-\infty\,;0[ \\ \dfrac{1}{2} & si\ \ x=0 \\ f(x) & si\ \ x\in\,]0\,;+\infty[ \end{cases}$

a/ Montrer que $g$ est continue en 0. (1pt)

b/ Montrer que l'équation $g(x)=\frac{1}{4}x$ admet dans $]1\,;\ 2[$ une unique solution α. (0.75pt)

Bon travail