REPUBLIQUE TUNISIENNE MINISTERE DE L' EDUCATION ET DE LA FORMATION ❄❄❄❄ **DEVOIR DE CONTROLE N : 1**		LYCEE SECONDAIRE **AJIM** JERBA ⌖⌖⌖ B BRAHIM KHALED
EPREUVE : MATHEMATIQUES	COEFFICIENT : 4	NIVEAU ET SECTION : 3^{e} M
Premier trimestre	Date : 13 novembre 2009	Durée : 2 heures

EXERCICE 1 (QCM : 04 points)

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule des trois affirmations est exacte.

Indiquer laquelle sans justification.

Soit f la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par : $f(x)=\dfrac{x^2+1}{x}$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère ortho normal.

1) La fonction f est …

(a) : paire (b) : impaire (c) : ni paire, ni impaire

2) La courbe (C) a pour asymptote oblique la droite d'équation …

(a) : $x=0$ (b) : $y=x$ (c) : $y=x+1$

3) Sur l'intervalle $[1;+\infty[$, la fonction f est …

(a) : croissante (b) : constante (c) : décroissante

4) L'image de l'intervalle $]0;2]$ par la fonction f est …

(a) : $]2;+\infty[$ (b) : $[2;+\infty[$ (c) : $[2.5;+\infty[$

EXERCICE 2 (05 points)

A et B sont deux points distincts et O est le milieu de segment [AB].

1) Démonstration du théorème de la médiane :

Démontrer que pour tout point M, on a : $MA^2+MB^2=2MO^2+\frac{1}{2}AB^2$.

2) ABCD est un quadrilatère.

I et J sont les milieux respectifs de [AC] et [BD].

a. Appliquer le théorème de la médiane aux triangles ABC, ACD et IBD.

b. En déduire que : $AB^2+BC^2+CD^2+DA^2=4IJ^2+AC^2+BD^2$.

c. Euler affirmait : " la somme des carrés des cotés d'un quadrilatère est supérieure ou égale à la somme des carrés des diagonales."

Peut-on avoir égalité ? Dans quelle situation ?

EXERCICE 3 (03 points)

Le plan est orienté dans le sens direct.

Soit ABC un triangle équilatéral direct

O est un point de la médiatrice de segment [AB] tel que $(\widehat{\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AO}})\equiv\frac{19\pi}{2}[2\pi]$.

1) a. Donner la mesure principale de l'angle orienté $(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AO})$.

b. Faite une figure.

2) Déterminer et construire l'ensemble E des points M tels que $(\widehat{\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BM}})\equiv\frac{\pi}{3}[2\pi]$.

3) Montrer que les points A, B, C, O sont situés sur un même cercle.

EXERCICE 4 (08 points)

Soit f la fonction définie sur IR par :

$$f(x)=\begin{cases} x^3+x-1 & \text{si} \quad x\leq 1 \\ x-\sqrt{x-1} & \text{si} \quad x>1 \end{cases}$$

On désigne par (C) la courbe représentative de f dans un repère ortho normal.

1) a. Montrer que la courbe (C) possède en $(-\infty)$ une branche parabolique que l'on précisera.

   b. Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$. Interpréter graphiquement le résultat obtenu.

2) Etudier la continuité de f sur IR.

3) Montrer que f est strictement croissante sur $]-\infty;1]$.

4) Quelle est l'image par f de l'intervalle $]0;1[$?

5) a. Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $]0;1[$.

   b. Donner la valeur approchée par défaut de α à 10^{-1} prés.

Bon travail et bonne chance