Prof	Mechmeche Imed	Devoir de contrôle N°1	Matière	Maths
Lycée	Borj-cedria		Date	11/11/2011
Niveau	$3^{ème}$ Maths		Durée	2 h

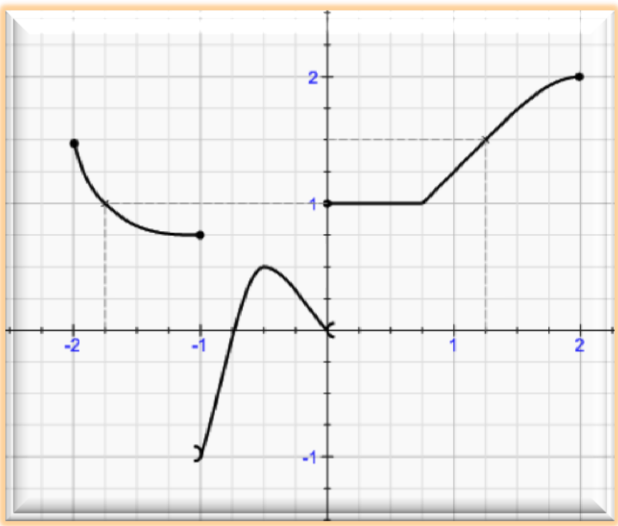
Exercice 1 : (3 pts)

Répondre par vrai ou faux.

1. Si une fonction f est minorée par 1 sur $\mathbb{R}$, alors la fonction $\frac{1}{f}$ est bornée sur $\mathbb{R}$.
2. Si f est continue sur $[0\,;1]$, $f(0)=2$ et $f(1)=5$, alors l'équation $f(x)=0$ n'a pas de solutions dans $[0\,;1]$
3. Si $f(x)=x^2\sqrt{\frac{1}{x^2}}$ alors f est prolongeable par continuité en 0.
4. Si $\vec{u}.(\vec{v}-\vec{w})=0$ alors $\vec{u}=\vec{0}$ ou $\vec{v}=\vec{w}$.
5. Si $\vec{u}.\vec{v}=-1$ alors $\|\vec{u}\|.\|\vec{v}\|\geq 1$
6. Si $(\widehat{\vec{u}\,,\vec{v}})\equiv\frac{\pi}{3}\;[2\pi]$ et $(\widehat{\vec{u}\,,\vec{w}})\equiv-\frac{11\pi}{3}\;[2\pi]$ alors $\vec{v}$ et $\vec{w}$ ont le même sens.

Exercice 2 : (6 pts)

La figure ci-contre représente la courbe d'une fonction f définie sur $[-2\,;2]$.



1) Déterminer graphiquement.

   $a)$ $\lim\limits_{0^+} f$; $\lim\limits_{0^-} f$; $\lim\limits_{1.25} f$

   $b)$ $f([-2\,;0])$; $f([-1\,;0])$

   $c)$ Les intervalles où f est continue.

2) Résoudre graphiquement l'inéquation :

   $1<f(x)<1.5$

3) Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par :

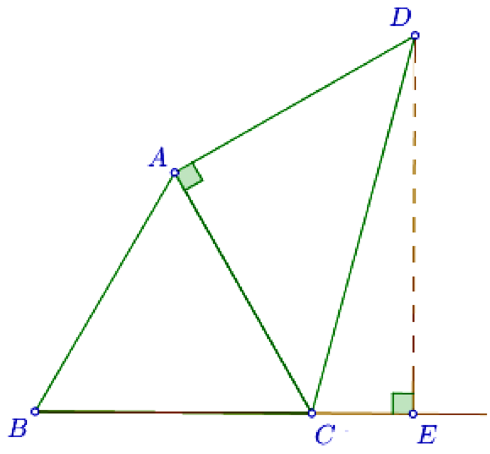
$$g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2+x-2}{x^2+2x} & si\quad x<-2\\ f(x) & si\quad -2\leq x\leq 2\\ \dfrac{\sqrt{x-1}-1}{x-2} & si\quad x>2\end{cases}$$

   $a)$ Montrer que g est continue sur chacun des intervalles $]-\infty\,;\,-2[$ et $]2\,;\,+\infty[$.

   $b)$ Etudier la continuité de g en -2 et 2.

   $c)$ Montrer que 2 est le maximum de g sur $\mathbb{R}$

Exercice 3 : (7 pts)



Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral de côté 2 et ACD un triangle isocèle rectangle en A.

1. Montrer que $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB} = -2\sqrt{3}$

   b) Montrer que $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}$

   c) Montrer alors que $\overrightarrow{CD}.\overrightarrow{CB} = 2(1-\sqrt{3})$

   d) En déduire que $CE = \sqrt{3}-1$

   e) Montrer que $DE = \sqrt{3}+1$

2. Soit O le milieu de $[BC]$ et F le point de $[OA]$ tel que $OF = 1$.

   a) Déterminer les coordonnées des points A, B, E et D dans le R.O.N $\left(O, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OF}\right)$

   b) Montrer alors que $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{BD}$

3. Soient $\Delta = \{M \in P; MC^2 - MB^2 = -4\sqrt{3}\}$ et $\Gamma = \{M \in P; MC^2 + MB^2 = 8\}$

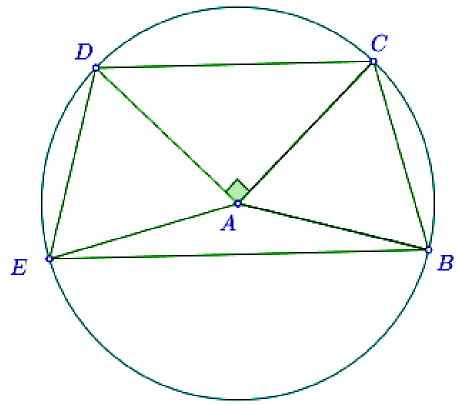
   a) Montrer que $M \in \Delta$ équivaut à $2\overrightarrow{MO}.\overrightarrow{BC} = -4\sqrt{3}$

   b) Vérifier que $E \in \Delta$

   c) Montrer $\Delta = (DE)$

   d) Montrer que Γ est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{3}$.

Exercice 4 : (4 pts)



La figure ci-contre représente un cercle trigonométrique de centre A, ABC et ADE sont équilatéraux et ACD rectangle en A.

1. Déterminer la mesure principale de chacun des angles :

   $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EB}}\right)$; $\left(\widehat{\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{BC}}\right)$

2. Montrer que $\overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{EB}$ sont colinéaires.

3. Montrer que $\overrightarrow{EA}$ et $\overrightarrow{CB}$ sont orthogonaux

4. Montrer que $\left(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}}\right) \equiv \frac{-119\pi}{6} \quad [2\pi]$

Bon travail. ☺