

EXERCICE : 1 (3 pts)

1°) Soit $E = \left\{ M \in \mathcal{C} \mid (\overrightarrow{MB}, \overrightarrow{MA}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi] \right\}$

a) : E est l'arc \widehat{BA} privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (AT) en A tel que

$$(\overrightarrow{AT}, \overrightarrow{AB}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

b) : E est l'arc \widehat{AB} privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (BT) en B tel que

$$(\overrightarrow{BT}, \overrightarrow{BA}) \equiv \frac{\pi}{6} [2\pi]$$

c) : E est l'arc \widehat{BA} privé de A et B du cercle ζ passant par A et B et tangente à (BT) en B tel que

$$(\overrightarrow{BT}, \overrightarrow{BA}) \equiv -\frac{\pi}{6} [2\pi]$$

2°) Soit la fonction $f(x) = \sqrt{x^2 + x} + x$

Δ est une asymptote de (ζf) au voisinage de $+\infty$ d'équation : ...

a) $\Delta : y = 2x + 1$, b) $\Delta : y = 2x + \frac{1}{2}$, c) $\Delta : y = 2x$

3°) Une mesure principale de $\frac{223\pi}{7}$ est :

a) $\frac{13\pi}{7}$, b) $\frac{\pi}{7}$, c) $-\frac{\pi}{7}$

EXERCICE : 2 (7 pts)

I/ Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{\sqrt{x-3} - 1}{\sqrt{x+5} - 3}$.

1) a- Montrer que f est définie sur $[3; +\infty[\setminus \{4\}$.

b- étudier la continuité de f sur son domaine.

2) a- Montrer que pour tout x de $[3; +\infty[\setminus \{4\}$ $f(x) = \frac{\sqrt{x+5} + 3}{\sqrt{x-3} + 1}$.

b- Dédire que f est prolongeable par continuité en 4 et définir ce prolongement.

II/ Soit la fonction g définie par $g(x) = \begin{cases} f(x) & \text{si } x > 4 \\ 3 & \text{si } x = 4 \\ \frac{2x^2 - 6x + 1}{x - 1} & \text{si } x < 4 \end{cases}$.

1) a- Déterminer le domaine de définition de g.

b- Montrer que g est continu en 4.

2) a- Déterminer $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$.

b- Déterminer les réels a, b et c tel que $g(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

c- Montrer que $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = c$ e g au voisinage de $-\infty$.

EXERCICE : 3 (7 pts)

Dans la figure ci-contre ABCD un carrée de coté 4cm inscrit dans un cercle de centre O

$I = A * B$; $j = C * I$ et P le symétrique de O par rapport à I.

(PC) recoupe le cercle en R

1°) a-/ Calculer : $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BI}$ et $\overrightarrow{PI} \cdot \overrightarrow{JC}$

b-/ Calculer : $\overrightarrow{OP} \cdot \overrightarrow{OC}$; $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PC}$ et PC.

c-/ Montrer que : $\overrightarrow{PR} \cdot \overrightarrow{PC} = 8$ et en déduire RC.

2°) a-/ Montrer que pour tout point M du plan on a :

$$MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + 8$$

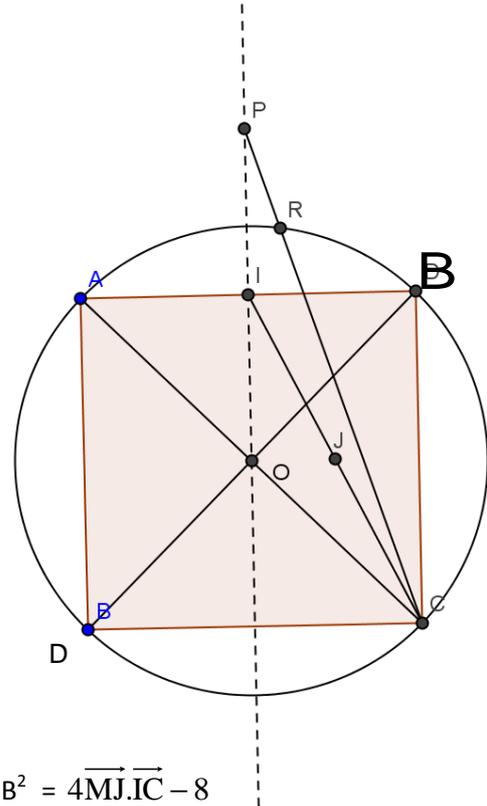
b-/ En déduire que $2MC^2 + MA^2 + MB^2 = 4MJ^2 + 28$

c-/ Déterminer E_1 l'ensemble des points M du plan tel que :

$$2MC^2 + MA^2 + MB^2 = 32$$

3°) a-/ Montrer que pour tout point M du plan : $2MC^2 - MA^2 - MB^2 = 4\overrightarrow{MJ} \cdot \overrightarrow{IC} - 8$

b-/ Déterminer E_2 l'ensemble des points M du plan tels que : $2MC^2 - MA^2 - MB^2 = 32$.



EXERCICE : 4 (4 pts)

Dans le plan orienté, on considère un triangle ABC isocèle en A de sens direct et Γ son cercle circonscrit.

Soit M un point de l'arc BC distinct de A, B et C

On note H et K les projetés orthogonaux de M respectivement sur (BC) et (AC)

1)a) justifier que H et K appartiennent au cercle ζ de diamètre [CM]

b) montrer que $(\overrightarrow{KH}, \overrightarrow{KM}) \equiv (\overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CM}) [2\pi]$

c) en déduire que $(\overrightarrow{KH}, \overrightarrow{KM}) \equiv (\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AM}) [2\pi]$

2) le cercle ζ' de diamètre [AM] recoupe (AB) en L,

montrer que $(\overrightarrow{KM}, \overrightarrow{KL}) \equiv (\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) [2\pi]$

3) montrer alors que les points H, K et L sont alignés.

