L. Ali Bourguiba K.K **Prof : Abdesslem Raoudha** **Le 12/11/2011**	**Classe : $3M_1$** **Durée : 120 mn** **DEVOIR DE CONTROLE N1**

Exercice 1 : (3 points) : Cocher les bonnes réponses

1)Dans une base orthonormée , soit $\vec{u}\binom{3\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ et $\vec{v}\binom{2\sqrt{3}}{-3\sqrt{2}}$	a) $\overrightarrow{u}$ et $\vec{v}$ ont même norme	b) $\overrightarrow{u}$ et v sont orthogonaux	c)$\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont égaux
2)A et B sont deux points donnés et M est un point du plan vérifiant : $\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AM} = AB.$ AM	a)M ∈ [AB)	b) M ∈ (AB)	c)M ∈ $[AB]$
3) $\vec{u}.\vec{v} = \vec{u}.\vec{w}$ alors	a)$\vec{v} = \vec{w}$	b) $\vec{u} = \vec{0}$	c)$\vec{u} \perp (\vec{v} - \vec{w})$
4)Soit f une fonction majorée sur un intervalle I	a)la fonction –f est majorée	b) la fonction –f est minorée	c) 2.f est majorée
5)Soit f et g deux fonctions croissantes sur un intervall e I	a)la fonction f + g est croissante sur I	b)la fonction f + g est décroissante sur I	c)la fonction f + g n'est pas définie sur I
6)soit f une fonction continue sur [0 , 1] et f ([0 ,1]) = [0 , 1]	a)l'équation « f(x) = -1 » admet au moins une solution dans [0 , 1]	b) f (0) = 0 et f (1) = 1	b)l'équation « f (x) = x » admet au moins une solution dans [0 , 1]

Exercice 2 : (4 points)

La courbe à côté est celle d'une fonction f définie sur IR

Par lecture graphique

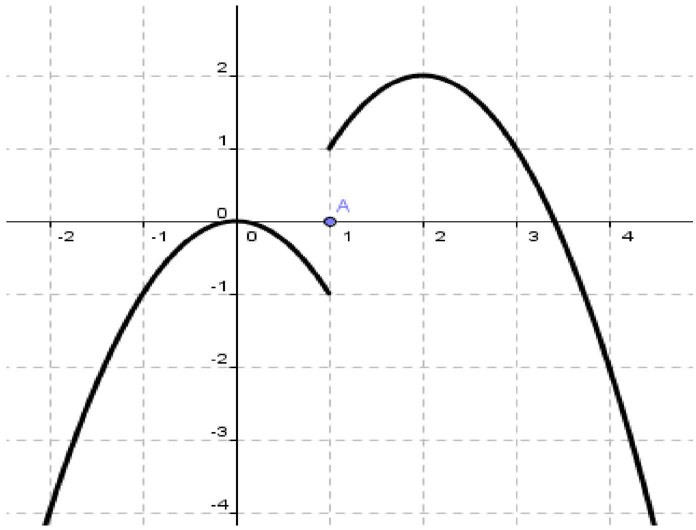
1)Déterminer les variations de f

2)Déterminer les intervalles sur les quels f est continue

3)Déterminer les limites de f à gauche et à droite en 1

4)Déterminer f ([-1 , 0] , f ( ]- 2 , 1 [ ) et f ([0 , 2])

5)Résoudre « f (x) = 1 » et « f (x) < 1 »



Exercice 3 : (6 points)

Soit la fonction f définie par

$$f(x) = \begin{cases} \frac{-1}{4}x + \frac{1}{2} & \text{si } x \leq 1 \\ \frac{\sqrt{|x-2|} - 1}{x^2 - 4x + 3} & \text{si } 1 < x < 3 \\ \sqrt{x^2 + 7} + (x-3)^2 - 5 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

1)Justifier que f est bien définie sur IR

2)Calculer les limites de f en - 2 , 2 et 4

3)aMontrer que pour tout $x \in]1,2[$, $f(x) = \frac{-1}{(x-3)(\sqrt{2-x}+1)}$

b)Calculer la limite de f à droite en 1

c)Montrer que f est continue en 1

4)Montrer que f n'est pas continue en 3

5)Soit g la restriction de f à $[3,+\infty[$

a)Montrer que g est continue sur $[3,+\infty[$

b)Montrer que g est croissante sur $[3,+\infty[$

c)Montrer que l'équation « g (x) = 0 » admet au moins une solution α dans $[3,4]$

d)Déterminer le signe de g sur $[3,+\infty[$

Exercice 4 : (7 points)

Soit ABCD un carré de côté a (a > 0) , $E \in [AB]$, $F \in [AD]$ tels que AE = AF = k.a avec $0 < k < 1$

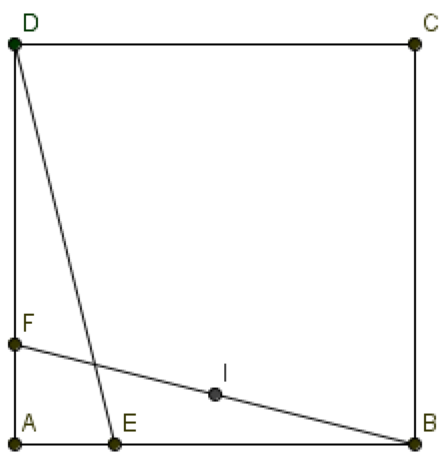
1)Exprimer en fonction de a et k : $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{AB}$; $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{EA}$; $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{BF}.\overrightarrow{ED}$

2)Soit I le milieu de [BF]

a)Exprimer $\overrightarrow{AI}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BF}$

b)Exprimer $\overrightarrow{ED}$ en fonction de $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AD}$

c)Montrer que la médiane issue de A du triangle ABF est la hauteur relative au côté [DE] du triangle EAD



3)Soit J le milieu de [D E]

a)Exprimer $\overrightarrow{AJ}$ en fonction de $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{ED}$

b)Montrer que $\overrightarrow{AI}.\overrightarrow{AJ} = \frac{ka^2}{2}$

c)Montrer que $\cos(\widehat{IAJ}) = \frac{2k}{1+k^2}$

d)Déterminer $\cos(\widehat{IAJ})$ lorsque E est le milieu de [AB]

4)Soit $\Gamma = \{ M \in P \ tel\ que \ MD^2 + MB^2 = 2a^2 \}$

a)Vérifier que les points A , B, C et D appartiennent à Γ

bMontrer que pour tout M on a $MD^2 + MB^2 = 2\,MO^2 + \frac{BD^2}{2}$ où O est le centre du carré ABCD

c)Montrer que Γ est le cercle circonscrit à ABCD