

Prof	Mechmeche Imed
Lycée	Borj-cedria
Niveau	3 ^{ème} Maths

Devoir de contrôle N°1

Matière	Maths
Date	11/11/2011
Durée	2 h

Exercice 1 : (3 pts)

Répondre par vrai ou faux.

- Si une fonction f est minorée par 1 sur \mathbb{R} , alors la fonction $\frac{1}{f}$ est bornée sur \mathbb{R} .
- Si f est continue sur $[0 ; 1]$, $f(0) = 2$ et $f(1) = 5$, alors l'équation $f(x) = 0$ n'a pas de solutions dans $[0 ; 1]$
- Si $f(x) = x^2 \sqrt{\frac{1}{x^2}}$ alors f est prolongeable par continuité en 0.
- Si $\vec{u} \cdot (\vec{v} - \vec{w}) = 0$ alors $\vec{u} = \vec{0}$ ou $\vec{v} = \vec{w}$.
- Si $\vec{u} \cdot \vec{v} = -1$ alors $\|\vec{u}\| \cdot \|\vec{v}\| \geq 1$
- Si $(\vec{u}, \vec{v}) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$ et $(\vec{u}, \vec{w}) \equiv -\frac{11\pi}{3} [2\pi]$ alors \vec{v} et \vec{w} ont le même sens.

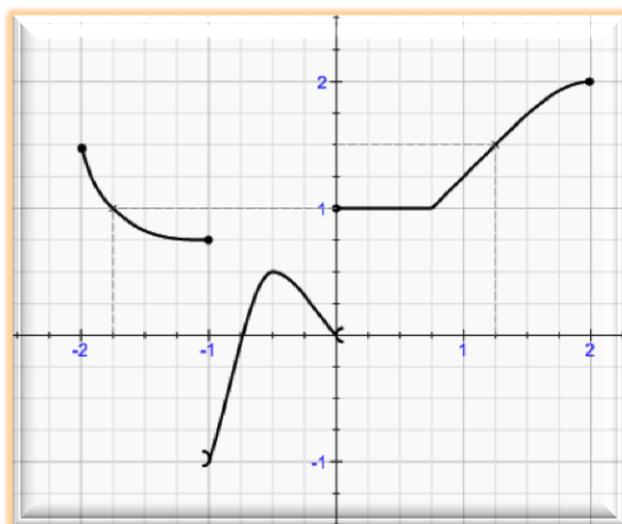
Exercice 2 : (6 pts)

La figure ci-contre représente la courbe d'une fonction f définie sur $[-2 ; 2]$.

- Déterminer graphiquement.
 - $\lim_{0^+} f$; $\lim_{0^-} f$; $\lim_{1.25} f$
 - $f([-2 ; 0])$; $f([-1 ; 0])$
 - Les intervalles où f est continue.
- Résoudre graphiquement l'inéquation :

$$1 < f(x) < 1.5$$
- Soit la fonction g définie sur \mathbb{R} par :

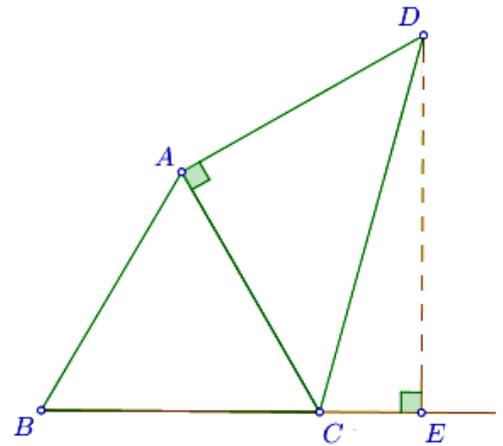
$$g(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 2}{x^2 + 2x} & \text{si } x < -2 \\ f(x) & \text{si } -2 \leq x \leq 2 \\ \frac{\sqrt{x-2} - 1}{x-3} & \text{si } x > 2 \end{cases}$$



- Montrer que g est continue sur chacun des intervalles $]-\infty ; -2[$ et $]2 ; +\infty[$.
- Etudier la continuité de g en -2 et 2.
- Montrer que 2 est le maximum de g sur \mathbb{R}

Exercice 3 : (7 pts)

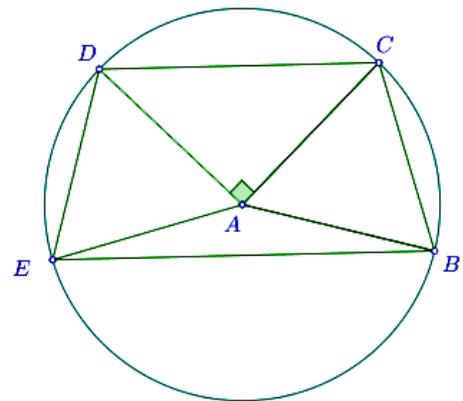
Dans la figure ci-contre, ABC est un triangle équilatéral de côté 2 et ACD un triangle isocèle rectangle en A.



1. Montrer que $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB} = -2\sqrt{3}$
 - b) Montrer que $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$
 - c) Montrer alors que $\overrightarrow{CD} \cdot \overrightarrow{CB} = 2(1 - \sqrt{3})$
 - d) En déduire que $CE = \sqrt{3} - 1$
 - e) Montrer que $DE = \sqrt{3} + 1$
2. Soit O le milieu de $[BC]$ et F le point de $[OA]$ tel que $OF = 1$.
 - a) Déterminer les coordonnées des points A, B, E et D dans le R.O.N $(O, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OF})$
 - b) Montrer alors que $\overrightarrow{AE} \perp \overrightarrow{BD}$
3. Soient $\Delta = \{M \in P; MC^2 - MB^2 = -4\sqrt{3}\}$ et $\Gamma = \{M \in P; MC^2 + MB^2 = 8\}$
 - a) Montrer que $M \in \Delta$ équivaut à $2\overrightarrow{MO} \cdot \overrightarrow{BC} = -4\sqrt{3}$
 - b) Vérifier que $E \in \Delta$
 - c) Montrer $\Delta = (DE)$
 - d) Montrer que Γ est le cercle de centre O et de rayon $\sqrt{3}$.

Exercice 4 : (4 pts)

La figure ci-contre représente un cercle trigonométrique de centre A, ABC et ADE sont équilatéraux et ACD rectangle en A.



1. Déterminer la mesure principale de chacun des angles :
 $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AE})$; $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{EB})$; $(\overrightarrow{DE}, \overrightarrow{BC})$
2. Montrer que \overrightarrow{DC} et \overrightarrow{EB} sont colinéaires.
3. Montrer que \overrightarrow{EA} et \overrightarrow{CB} sont orthogonaux
4. Montrer que $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{ED}) \equiv \frac{-119\pi}{6} [2\pi]$

Bon travail. 😊